

**Двудольные графы**

1. В восьмом классе некоторой школы каждый мальчик дружит с 5-ю девочками и 6-ю мальчиками, а каждая девочка дружит с 6-ю мальчиками и 5-ю девочками. А) Сколько школьников учится в этом классе, если известно, что их не более тридцати? Б) А если их не более 35?
2. Перед началом уроков классный руководитель заметил, что каждый учащийся его класса поздоровался за руку с шестью девочками и восемью мальчиками. При этом количество рукопожатий между мальчиками и девочками было на пять меньше числа остальных рукопожатий. Сколько учеников в классе?
3. На олимпиаду по математике прибыло несколько учащихся 8 класса. Некоторые из них оказались уже знакомыми. При встрече Маша улыбнулась своему знакомому Саше, а Коля улыбнулся незнакомой ему девочке Оле. И вообще, каждая восьмиклассница улыбнулась каждому знакомому ей восьмикласснику, а каждый восьмиклассник улыбнулся незнакомой ему восьмикласснице. В результате было зафиксировано 155 улыбок. Сколько всего учащихся 8 класса участвовало в олимпиаде?
4. В некотором классе некоторой школы 15 учениц. Каждая из них послала каким-то 7 своим одноклассницам перед Новым Годом по открытке. Оказалось, что староста класса Галя получила ровно 6 открыток. А) Докажите, что среди этих 15 одноклассниц найдутся две, которые обменялись открытками (т.е. послали открытки друг другу). Б) Может ли таких, обменявшихся открытками одноклассниц, быть только две? В) А ровно 4, т.е. две пары?

**Разное**

5. В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединен авиалинией не более чем с тремя другими городами, и из любого города в любой другой можно попасть, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?
6. Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы он остался связным.
7. Докажите, что в любом связном графе две длиннейшие простые цепи имеют общую вершину.
8. Докажите, что граф двудолен тогда и только тогда, когда всякий цикл в нем имеет четную длину.

**Двудольные графы**

1. В восьмом классе некоторой школы каждый мальчик дружит с 5-ю девочками и 6-ю мальчиками, а каждая девочка дружит с 6-ю мальчиками и 5-ю девочками. А) Сколько школьников учится в этом классе, если известно, что их не более тридцати? Б) А если их не более 35?
2. Перед началом уроков классный руководитель заметил, что каждый учащийся его класса поздоровался за руку с шестью девочками и восемью мальчиками. При этом количество рукопожатий между мальчиками и девочками было на пять меньше числа остальных рукопожатий. Сколько учеников в классе?
3. На олимпиаду по математике прибыло несколько учащихся 8 класса. Некоторые из них оказались уже знакомыми. При встрече Маша улыбнулась своему знакомому Саше, а Коля улыбнулся незнакомой ему девочке Оле. И вообще, каждая восьмиклассница улыбнулась каждому знакомому ей восьмикласснику, а каждый восьмиклассник улыбнулся незнакомой ему восьмикласснице. В результате было зафиксировано 155 улыбок. Сколько всего учащихся 8 класса участвовало в олимпиаде?
4. В некотором классе некоторой школы 15 учениц. Каждая из них послала каким-то 7 своим одноклассницам перед Новым Годом по открытке. Оказалось, что староста класса Галя получила ровно 6 открыток. А) Докажите, что среди этих 15 одноклассниц найдутся две, которые обменялись открытками (т.е. послали открытки друг другу). Б) Может ли таких, обменявшихся открытками одноклассниц, быть только две? В) А ровно 4, т.е. две пары?

**Разное**

5. В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой город соединен авиалинией не более чем с тремя другими городами, и из любого города в любой другой можно попасть, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?
6. Докажите, что в любом связном графе можно удалить вершину со всеми выходящими из нее ребрами так, чтобы он остался связным.
7. Докажите, что в любом связном графе две длиннейшие простые цепи имеют общую вершину.
8. Докажите, что граф двудолен тогда и только тогда, когда всякий цикл в нем имеет четную длину.