

Межрегиональная многопрофильная олимпиада 2021

Профиль «Математика»

Тренировочный тур

8-9 класс

1. Незнайка составляет всевозможные шестизначные числа, используя цифры 1, 2, 3, 4, 5 и 6 (каждую цифру – по одному разу). Помогите ему определить, сколько построенных чисел делится на 11.

2. Упростите выражение (ответ должен быть целым числом):

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2^2} \cdot \frac{17}{2^4} \cdot \frac{257}{2^8} \cdot \dots \cdot \frac{2^{2^{2020}} + 1}{2^{2^{2020}}} + \frac{2}{2^{2^{2021}}}.$$

3. В магазине проводится акция: в несколько ваз насыпаны конфеты, и каждый посетитель магазина должен попробовать конфеты ровно из двух ваз. В конце дня оказалось, что для любых двух ваз нашелся ровно один посетитель, который попробовал конфеты из обеих ваз и из каждой вазы попробовали конфеты ровно девять посетителей. Сколько посетителей было в этот день в магазине?

4. Гномы решили ограбить дракона, в пещере которого лежат слитки золота общим весом 390 кг. Известно, что в пещере нет слитков тяжелее 19 кг. При этом каждый гном может поднять вес 57 кг, но не сможет поднять больше. Какое наименьшее количество гномов необходимо, чтобы они гарантированно смогли унести все золото из пещеры за один раз?

5. Серединные перпендикуляры остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O . Прямая AO пересекает сторону BC в точке K . Найдите угол C (в градусах), если известно, что $BK=OK$ и $BC=3OK$.

6. Найдите все тройки целых чисел $(x;y;z)$, таких, что (в ответ запишите сумму всевозможных x , y и z)

$$24xyz + 18xy + 36yz - 8xz - 12z - 6x + 27y = 625.$$