

## IX Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 19 февраля 2022 года

### 5 класс

1. **(3 балла)** От старта до финиша по всей трассе на одинаковом расстоянии друг от друга расставлены флажки – всего 25 флажков, считая флажки на старте и на финише. Спортсмен пробегает расстояние от первого до седьмого флажка за 30 секунд. За какое время он пробежит всю дистанцию, если считать, что он все время бежит с одинаковой скоростью? Ответ обоснуйте.
2. **(4 балла)** У барона Мюнхгаузена в саду есть прекрасная липовая аллея: длинная прямая дорожка, вдоль которой растут липы (все с одной стороны дорожки). Барон распорядился, чтобы садовники посадили между каждыми двумя соседними липами еще по одной липе. Затем еще раз – между каждыми двумя соседними липами (старыми и вновь посаженными) еще по одной липе. И так несколько раз. Барон утверждает, что после каждой «посадки» вдоль дорожки всегда будет стоять нечетное число лип. Прав ли он? Ответ объясните.
3. **(5 баллов)** Квадрат разрезали по диагонали. Можно ли один из таких получившихся треугольников разрезать на 5 одинаковых треугольников и квадрат? Если да, то нарисуйте как, если нет – объясните почему.
4. **(5 баллов)** Известно, что одна десятая часть от некоторого положительного числа А больше, чем одна девятая от другого положительного числа Б. Верно ли, что половина числа А больше, чем восемь пятнадцатых от числа Б? Ответ обоснуйте.
5. **(6 баллов)** Как, используя 18 цифр «2», знаки арифметических действий и скобки, получить число 2022?
6. **(7 баллов)** Решения задач олимпиады хранятся в сейфе, код к которому состоит из числовой части – четырёх не обязательно различных цифр от 0 до 9 – и следующей за ней буквенной части – трёх любых различных букв русского алфавита. Известно, что в коде к сейфу точно нет числа 2022 и нет сочетания букв ЮНИ. Сколько различных кодов нужно перебрать, чтобы наверняка (т.е. даже в «худшем» случае) открыть сейф?

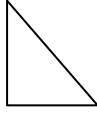
**МАХ сумма = 30 баллов**

*Время выполнения работы – 3 часа (180 мин.)*

## IX Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 19 февраля 2022 года

### 6 класс

- (4 балла)** Король со свитой двигаются из пункта А в пункт Б со скоростью 5 км в час. Каждый час король высылает гонцов в Б, которые двигаются со скоростью 20 км в час. С какими временными интервалами прибывают гонцы в пункт Б?
- (4 балла)** Миша и Егор играют в следующую игру: у каждого из них есть по 21 карточке с натуральными числами от 1 до 21. Они по очереди выкладывают карточки на стол. Первую выкладывает Миша, затем Егор (*все выложенные карточки все время видны*). После каждой пары ходов Миши и Егора подсчитывается сумма чисел, написанных на выложенных во время этих ходов карточках. После того как все карточки выложены, подсчитывается произведение всех 21 полученных сумм. Если полученное произведение будет четно, то выигрывает Миша, в противном случае – Егор. Может ли Егор гарантировать себе выигрыш? Ответ объясните.
- (5 баллов)** У Пети и Вовы есть 40 картонных равных равнобедренных прямоугольных треугольников (см. рис.). Петя и Вова по очереди составляют из них квадраты (при составлении квадрата не обязательно использовать все треугольники). Сначала Петя берет все 40 треугольников и строит из некоторых из них квадрат. Потом Вова берет все эти же 40 треугольников и тоже строит из некоторых из них квадрат, неравный Петиному, потом Петя снова делает то же самое и так далее. Главное условие, чтобы все время получались квадраты разных размеров. Помогите ребятам построить как можно больше квадратов. Сколько различных квадратов у вас получилось и сколько треугольников потребовалось для каждого из них (нарисуйте или объясните, как их рисовать)? 
- (5 баллов)** Одно из положительных чисел увеличили на 1%, а другое на 4%. Могла ли в результате сумма этих чисел увеличиться на 3%? Ответ обоснуйте.
- (5 баллов)** Как, используя 18 цифр «2», знаки арифметических действий и скобки, получить число 2022?
- (7 баллов)** Пароль к компьютеру может содержать от 5 до 9 символов (больше 5 и меньше 9 символов). После каждого неверно введенного пароля нужно ждать 1 минуту до следующей попытки. Известно, что пароль точно содержит число «2022» и какие-то из букв «а», «b», «с», «d», причём буквы не повторяются. Хватит ли 4 часа, чтобы гарантированно подобрать верный пароль (т.е. подобрать даже в «самом худшем случае»)? Время на ввод пароля не учитывается.

**МАХ сумма = 30 баллов**

Время выполнения работы – 3,5 часа (210 мин.)

# IX Минская городская Интернет-олимпиада по математике

Очный тур, 19 февраля 2022 года

## 7 класс

1. **(3 балла)** Четно или нечетно значение произведения  $(3x+10y+5z-3)(5x-30y-z+10)$ , где  $x$ ,  $y$  и  $z$  – целые числа?
2. **(3 балла)** Дано достаточно много равных равнобедренных прямоугольных треугольников с катетом, равным 1. Из них нужно составлять квадраты. Толик старается составить из них как можно больше квадратов разных размеров. (Например, из двух таких треугольников легко составить квадрат размером  $1 \times 1$ , а из восьми треугольников – квадрат  $2 \times 2$ .)

Покажите, что для любого натурального  $n$  можно составить квадраты, составленные ровно из  $2n^2$  или  $4n^2$  таких треугольников.

3. **(5 баллов)** Существует ли 8 различных натуральных чисел  $a, b, c, d, e, f, g, h$  таких, что

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g+h}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}+\frac{1}{f}+\frac{1}{g}+\frac{1}{h}} = 2022?$$

4. **(5 баллов)** Два пловца стартуют по соседним дорожкам с разных сторон бассейна и плывут каждый со своей постоянной скоростью (не обязательно скорости пловцов равны между собой). Первый раз пловцы встречаются друг с другом на расстоянии 60 м от ближайшего конца дорожек. Достигнув концов дорожек, они моментально разворачиваются и сразу плывут обратно и при этом встречаются в 30 м от другого конца дорожек. Чему равна длина дорожек в бассейне?
5. **(7 баллов)** В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  углы при вершинах  $A, B, C$  равны. На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$ . Докажите, что если  $AD=CD=BE$ , то  $CE$  – биссектриса угла  $BCE$ .  
*Определение.* Четырехугольник называется выпуклым, если все его углы меньше  $180$  градусов (или, иными словами, он целиком расположен по одну сторону относительно каждой прямой, получающейся при продолжении его сторон).
6. **(7 баллов)** Маша хочет приписать справа к числу 2021 две цифры так, чтобы полученное число делилось на 22, а Миша хочет приписать справа к числу 2022 две цифры так, чтобы полученное число делилось на 21. У кого больше способов выполнить задание?

**МАХ сумма = 30 баллов**

Время выполнения работы – 3,5 часа (210 минут)