

5-я Минская городская интернет-олимпиада по математике
среди учащихся 8-9 классов

Очный тур, 23 октября 2020 года

8 класс

1. У рабочего есть 15 гирь и весы. За одно взвешивание разрешается поставить на весы со стрелкой, показывающей вес груза, любые две гири и узнать их суммарный вес. Как за а) 15 взвешиваний; б) 9 взвешиваний узнать суммарный вес всех гирь?
2. В школьном классе 5 рядов по 10 мест в каждом. В классе учатся 26 детей. Утром у них был в школьном классе урок математики, а днем – урок русского языка. Докажите, что найдутся два ученика, которые на обоих уроках сидели в одном ряду.
3. Может ли разность квадратов двух простых чисел быть равна 748?
4. Основания равнобедренной трапеции равны a и b , причем $a > b$. Прямые, соединяющие середину меньшего основания с концами большего основания, пересекают диагонали трапеции в точках K и M . Найдите длину отрезка KM .
5. Кащей Бессмертный предложил Василисе Премудрой сыграть в следующую игру. Василиса называет набор из 15 различных целых чисел, после чего Кащей выписывает все возможные суммы по 7 чисел из этого набора, а Василиса по 8 чисел. Василиса выигрывает, если получившиеся наборы чисел будут одинаковыми. Т.е. если у Кащея какая-то сумма встретится несколько раз, то и у Василисы она должна встретиться ровно столько раз. Может ли победить Василиса?

Время написания – 4 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

5-я Минская городская интернет-олимпиада по математике
среди учащихся 8-9 классов

Очный тур, 23 октября 2020 года

9 класс

1. У рабочего есть 15 гирь и весы со стрелкой, показывающей вес груза. За одно взвешивание разрешается поставить на весы любые две гири и узнать их суммарный вес. Как за 15 взвешиваний узнать веса всех гирь?
2. Кашей Бессмертный предложил Василисе Премудрой сыграть в следующую игру. Василиса называет набор из 23 различных целых чисел, после чего Кашей выписывает все возможные суммы по 11 чисел из этого набора, а Василиса по 12 чисел. Василиса выигрывает, если получившиеся наборы чисел будут одинаковыми. Т.е. если у Кашея какая-то сумма встретится несколько раз, то и у Василисы она должна встретиться ровно столько раз. Может ли победить Василиса?
3. Найдите все натуральные числа $n > 2$ такие, что $n = a^3 + b^3$, где a – наименьший натуральный делитель числа n , больший 1, b – какой-то натуральный делитель числа n .
4. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD четырехугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD . Докажите, что если $\angle A = \angle D$, то диагонали четырехугольника равны.
5. В квадрате 3×3 записаны числа 2011, 2012, ..., 2019 в каждой клетке по одному числу. Знайка посчитал среднее арифметическое чисел во всех четырех квадратах 2×2 и получил четыре натуральных числа. После чего он посчитал среднее арифметическое этих четырех чисел и вновь получил в результате натуральное число. Какое а) наибольшее и б) наименьшее число он мог в итоге получить?

Время написания – 4 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается.