

Очный тур, 19 октября

8 класс

1. Можно ли в прямоугольной таблице, состоящей из 2019 строк и 2020 столбцов расставить числа так, чтобы их сумма в каждой строке равнялась бы 2019, а сумма чисел каждого столбца равнялась бы 2018?
2. а) На какую цифру оканчивается разность $2020^{2020} - 2019^{2019}$?
б) А на какие две цифры заканчивается эта разность?
3. Можно ли поставить в ряд все натуральные числа от 1 до 50 так, чтобы каждые два соседних числа отличались либо на 2, либо в два раза?
4. В соревнованиях участвуют 10 спортсменов и работают двое судей. Результат каждого спортсмена определяется следующим образом: каждый судья по-своему распределяет между спортсменами места (с первого по десятое), после чего победителем считается спортсмен с наименьшей суммой мест. Какое наибольшее значение может принимать эта сумма у победителя, если известно, что все суммы мест различны?
5. Вне равностороннего треугольника ABC отмечены точки S и T такие, что $\angle SAB = \angle TCA = 45^\circ$ и $\angle SBA = \angle TAC = 15^\circ$.
 - а) Докажите, что $ST = AB$.
 - б) Найдите угол между прямыми ST и AB .
6. Профессор Потапов меняет шило на мыло, академик Агатов 4 мыла на 1 шило, а доцент Долматов 1 мыло на 5 шила (но не наоборот). После нескольких обменов у студента Сидорова оказалось столько же шила и мыла, сколько было вначале. Докажите, что количество сделанных обменов делится на 26.

Время написания – 4 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Очный тур, 19 октября

9 класс

1. У Егора есть набор чисел: 2011, 2012, 2013, 2016, 2018, 2019 и 2002. Известно, что среднее арифметическое выбранных им пяти чисел – целое число. Если два из выбранных им чисел 2012 и 2019, найдите сумму оставшихся трёх чисел.
2. Можно ли поставить в ряд все натуральные числа от 1 до 50 так, чтобы каждые два соседних числа отличались либо на 2, либо в три раза?
3. В некотором агрогородке живет 2019 жителей. Время от времени они меняют друг у друга одну монету достоинством в 5 копеек, на три монеты достоинством в 2, 2 и 1 копейки или наоборот. Могло ли так случиться, что в течении некоторой недели каждый отдал при таких обменах а) ровно 6 монет? б) ровно 8 монет?
4. В соревнованиях участвуют 10 спортсменов и работают трое судей. Результат каждого спортсмена определяется следующим образом: каждый судья по-своему распределяет между спортсменами места с первого по десятое, после чего победителем считается спортсмен с наименьшей суммой мест (если сумма мест у некоторых спортсменов совпадает, то им присуждается одинаковое итоговое место). Какое наибольшее значение может принимать эта сумма у победителя, если известно, что победитель единственный?
5. Точки K , L и M расположены на сторонах AB , BC и CD квадрата $ABCD$ соответственно так, что треугольник KLM является равнобедренным прямоугольным треугольником с прямым углом при вершине L . Из точки D проведена прямая параллельная LM , которая пересекла отрезок AL в точке P . Под каким углом пересекаются прямые KP и DL ?
6. а) Можно ли числа от 1 до 40 разбить на несколько групп так, что в каждой группе наибольшее число было равно сумме остальных чисел?
б) Какое количество групп может быть?

Время написания – 4 часа.

Пользоваться калькулятором не разрешается.