

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2017

5 класс

1. Представьте число 100 в виде суммы четырех слагаемых, которые удовлетворяли бы следующим условиям: если от первого слагаемого отнять 4, ко второму прибавить 4, третье умножить на 4, а четвертое разделить на 4, то всегда получается одно и то же число.
2. На доске записаны числа 3, 9, 15. Разрешается сложить любых два, отнять третье и записать на доску. Можно ли через какое-то количество операций получить 2017? (Ответ объясните.)
3. В квадрат 3×3 записаны числа (см. левые рисунки 1.а) и 2.а)). Разрешается прибавлять или отнимать к числам стоящим в двух соседних по стороне клетках одно и то же натуральное число. Можно ли в какой-то момент получить квадрат, изображенный на соответствующих правых рисунках 1.б) и 2.б).
 - А) Решите задачу для рисунков 1.а) и 1.б);
 - Б) Решите задачу для рисунков 2.а) и 2.б).

Рис. 1.а)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Рис. 1.б)

1	0	1
0	1	0
1	0	1

Рис. 2.а)

7	3	8
6	7	9
1	8	4

Рис. 2.б)

1	0	0
0	2	0
0	0	1

4. Клетки доски 8×8 необходимо раскрасить в несколько цветов так, чтобы у каждой клетки было ровно две соседние по стороне клетки такого же цвета, каким покрашена и она.
 - а) Какое наименьшее количество цветов можно для этого использовать?
 - б) Какое наибольшее количество цветов можно для этого использовать?
5. В круговом турнире трех стран играли 6 футбольных команд (по две от страны А, Б и В). Все три матча каждого тура проходят одновременно. Есть три судейские бригады – по одной из каждой страны. Можно ли так составить расписание туров и судей, чтобы каждая бригада не судила никакой матч игроков своей страны с соперниками из другой страны?

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2017

6 класс

1. Плывая вдоль реки, гребец под мостом потерял шляпу, но продолжал плыть в том же направлении. Через 15 мин он заметил пропажу, вернулся и поймал шляпу в 1 км от моста. Какова скорость течения реки?
2. Найдите наименьшее десятизначное натуральное число, делящееся нацело на 36, в записи которого содержатся все 10 цифр.
3. В квадрат 3×3 записаны числа (см. левые рисунки 1.а) и 2.а)). Разрешается прибавлять или отнимать к числам стоящим в двух соседних по стороне клетках одно и то же натуральное число. Можно ли в какой-то момент получить квадрат, изображенный на соответствующих правых рисунках 1.б) и 2.б).
 - А) Решите задачу для рисунков 1.а) и 1.б);
 - Б) Решите задачу для рисунков 2.а) и 2.б).

Рис. 1.а)

7	3	8
6	7	9
1	8	4

Рис. 1.б)

1	0	0
0	2	0
0	0	1

Рис. 2.а)

7	4	1
8	4	6
7	8	9

Рис. 2.б)

1	0	0
0	2	0
0	0	1

4. Клетки доски 10×10 необходимо раскрасить в несколько цветов так, чтобы у каждой клетки было ровно две соседние по стороне клетки такого же цвета, каким покрашена и она, а оставшиеся соседние с ней по стороне клетки должны быть покрашены в различные между собой цвета.
 - а) Какое наибольшее количество цветов можно для этого использовать?
 - б) Какое наименьшее количество цветов можно для этого использовать?
5. Имеется 9 отрезков, причём известно, что длина каждого – целое число сантиметров. Два самых коротких отрезка – по сантиметру, самый длинный – 32 см. Докажите, что среди отрезков можно выбрать три таких, что длина одного из них меньше суммы двух других.

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2017

7 класс

- От Нижнего Новгорода до Астрахани пароход идет 5 суток, а обратно 7 суток. Сколько суток будут плыть плоты от Нижнего Новгорода до Астрахани?
- а) Найдите четыре различных натуральных числа такие, что сумма любых трех из них делится на четвертое.
б) А сможете ли вы найти 5 различных натуральных чисел таких, что сумма любых четырех из них делится на оставшееся? (Ответ поясните: либо приведите пример пяти чисел, удовлетворяющих условию, либо докажите, что таких чисел нет.)
- В квадрат 3×3 записаны числа (см. левые рисунки 1.а) и 2.а)). Разрешается прибавлять или отнимать к числам стоящим в двух соседних по стороне клетках одно и то же натуральное число. Можно ли в какой-то момент получить квадрат, изображенный на соответствующих правых рисунках 1.б) и 2.б).
А) Решите задачу для рисунков 1.а) и 1.б);
Б) Решите задачу для рисунков 2.а) и 2.б).

Рис. 1.а)

7	3	8
6	7	9
1	8	4

Рис. 1.б)

1	0	0
0	2	0
0	0	1

Рис. 2.а)

7	4	1
8	4	6
7	8	9

Рис. 2.б)

1	0	0
0	2	0
0	0	1

- Клетки доски 12×16 необходимо раскрасить в несколько цветов так, чтобы у каждой клетки было ровно две соседние по стороне клетки такого же цвета, каким покрашена и она, а оставшиеся соседние с ней по стороне клетки должны быть покрашены в различные между собой цвета.
а) Какое наибольшее количество цветов можно для этого использовать?
б) Какое наименьшее количество цветов можно для этого использовать?
- Даны точки A, B, C, D так, что отрезки AC и BD пересекаются в точке E . Отрезок AE на 1 см короче отрезка AB , $AE=DC$, $AD=BE$, $\angle ADC = \angle DEC$. Найти длину отрезка EC .