

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2016

5 класс

1. За 4 карандаша и 3 тетради заплатили 7000 рублей, а за 2 карандаша и 1 тетрадь – 2800 рублей. Сколько стоит одна тетрадь и один карандаш?
2. Собрался Иван-царевич на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым. «Вот тебе меч-кладенец, – сказала царевичу Баба Яга. – Одним ударом ты можешь срубить Змею либо одну голову, либо две головы, либо один хвост, либо два хвоста. Запомни: срубишь голову – новая вырастет; срубишь хвост – два новых вырастут; срубишь два хвоста – голова вырастет; срубишь две головы – ничего не вырастет. Победишь, если отрубишь у Змея Горыныча все головы и все хвосты!»

Сможет ли Иван-царевич победить, и если – да, то какое наименьшее количество ударов ему для этого понадобится? (Ответ объясните.)
3. Можно ли разрезать квадрат на 5 прямоугольников, никакие два из которых не имеют общей стороны? А на 6 можно?
4. а) К трехзначному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Могло ли получиться так, что все цифры суммы будут нечетными?
б) К пятизначному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Могло ли получиться так, что все цифры суммы будут нечетными?
5. Двое играют в следующую игру. Имеется три кучки камней: в первой – 50, во второй – 60, в третьей – 70. Ход состоит в разбиении любой (одной) кучки, состоящей более чем из одного камня, на две меньшие кучки. Выигрывает тот, после чьего хода во всех кучках будет по одному камню. Каждый игрок стремится к победе и старается играть наилучшим образом. Кто победит в этой игре? Ответ объясните.
6. Из цифр 1, 2, 3, 4 составили всевозможные четырехзначные числа, в записи которых каждая из этих цифр присутствует только один раз. Докажите, сумма полученных чисел делится: а) на 2; б) на 3.

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2016

6 класс

1. Сколько различных произведений, делящихся на 10 без остатка, можно составить из чисел 2, 3, 5, 10? (Вырожденный случай, когда произведение состоит из одного сомножителя, тоже считается.)
2. Фома и Ерёма нашли на дороге по пачке 11-рублевых. В чайной Фома выпил 3 стакана чая, съел 4 калача и 5 бубликов. Ерёма выпил 9 стаканов чая, съел 1 калач и 4 бублика. Стакан чая, калач и бублик стоят по целому числу рублей. Оказалось, что Фома может расплатиться 11-рублевками без сдачи. Покажите, что это может сделать и Ерёма.
3. Можно ли разрезать треугольник на 4 треугольника, никакие два из которых не имеют общей стороны? А на семь можно?
4. Ферзь стоит на поле $s1$. За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле $h8$. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть?
5. Из цифр 1, 2, 3, 4 составили всевозможные четырехзначные числа, в записи которых каждая из этих цифр присутствует только один раз. Докажите, сумма полученных чисел делится на 6.
6. Верёвочку сложили пополам, потом ещё раз пополам, потом снова пополам, а затем все слои верёвочки разрезали в одном месте. Какова могла быть длина верёвочки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 9 сантиметров и 4 сантиметра?

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2016

7 класс

1. Волшебным считается момент, в который число минут на электронных часах совпадает с числом часов. Чтобы сварить волшебное зелье, его надо и поставить на огонь, и снять с огня в волшебные моменты. А чтобы оно получилось вкусным, его надо варить от полутора до двух часов. Сколько времени варится вкусное волшебное зелье?
2. На складе имеются по 200 сапог 41, 42, 43 размеров, причем известно лишь, что среди этих 600 сапог 300 левых и 300 правых. Всегда ли можно из данного набора составить 100 годных пар обуви?
3. Можно ли 100 гирь массами 1, 2, 3, ..., 100 разложить на 10 кучек разной массы так, чтобы выполнялось условие: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней гирь?
4. Имеется две кучки камней: в первой – 7, во второй 5. За ход разрешается брать любое количество камней из одной кучки или поровну камней из обеих кучек. Проигрывает то, кто не может сделать хода. Кто выиграет при правильной игре и как ему надо играть?
5. а) Верёвочку сложили пополам, потом ещё раз пополам, потом снова пополам, а затем все слои верёвочки разрезали в одном месте. Какова могла быть длина верёвочки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 9 сантиметров и 4 сантиметра?
б) А если верёвочку сложили пополам несколько раз (а именно k раз)?
6. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составили всевозможные семизначные числа, в записи которых каждая из этих цифр присутствует только один раз. Докажите, сумма полученных чисел делится на 9.

Минская городская Интернет-олимпиада по математике – 2016

8 класс

1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составили всевозможные семизначные числа, в записи которых каждая из этих цифр присутствует только один раз. Докажите, сумма полученных чисел делится на 18.
2. а) Верёвочку сложили пополам, потом ещё раз пополам, потом снова пополам, а затем все слои верёвочки разрезали в одном месте. Какова могла быть длина верёвочки, если известно, что какие-то два из полученных кусков имели длины 9 сантиметров и 4 сантиметра?
б) А если верёвочку сложили пополам несколько раз (а именно k раз)?
3. а) К семизначному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Могло ли получиться так, что все цифры суммы будут нечетными?
б) К 17-тизначному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Могло ли получиться так, что все цифры суммы будут нечетными?
4. Рассмотрим все моменты времени, когда часовая и минутная стрелки часов лежат на одной прямой, образуя развернутый угол. Найдутся ли среди таких прямых две взаимно перпендикулярные?
5. а) Нарисуйте многоугольник и точку O внутри его так, чтобы ни одна сторона не была видна из неё полностью.
б) Нарисуйте многоугольник и точку O вне его так, чтобы ни одна сторона не была видна из неё полностью.
6. Двое играют в следующую игру. Имеется три кучки камней: в первой – 50, во второй – 60, в третьей – 70. Ход состоит в разбиении каждой кучки, состоящей более чем из одного камня, на две меньшие кучки. Выигрывает тот, после чьего хода во всех кучках будет по одному камню. Кто победит при правильной игре и как ему надо играть?