

Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты

Бал Задачи

лы

- 3 1. Имеется 5 ненулевых чисел. Для каждого двух из них вычислены их сумма и произведение. Оказалось, что пять сумм положительны и пять сумм отрицательны. Сколько произведений положительны и сколько – отрицательны?
- 4 2. Существуют ли такие 99 последовательных натуральных чисел, что наименьшее из них делится на 100, следующее делится на 99, третье делится на 98, ..., последнее делится на 2?
- 4 3. В ряд лежат 100 внешне одинаковых монет. Среди них ровно 26 фальшивых, причём они лежат подряд. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивые — не обязательно одинаково, но они легче настоящих. Как за одно взвешивание на двухчашечных весах без гирь найти хотя бы одну фальшивую монету?
- 5 4. На одной из клеток поля 8×8 зарыт клад. Вы находитесь с металлоискателем в центре одной из угловых клеток этого поля и передвигаетесь, переходя в центры соседних по стороне клеток. Металлоискатель срабатывает, если вы оказались на той клетке, где зарыт клад, или в одной из соседних с ней по стороне клеток. Можно ли гарантированно указать клетку, где зарыт клад, пройдя расстояние не более 26?
- 5 5. Окружность радиуса 1 нарисована на шахматной доске так, что целиком содержит внутри белую клетку (сторона клетки равна 1). Докажите, что участки этой окружности, проходящие по белым клеткам, составляют суммарно не более $1/3$ от её длины.

Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты;

баллы за пункты одной задачи суммируются

Бал Задачи

лы

- 4 1. Существуют ли нецелые числа x и y , для которых $\{x\} \cdot \{y\} = \{x+y\}$? (Здесь $\{x\}$ — дробная часть числа x .)
- 4 2. В треугольнике ABC провели биссектрису CL . Серединный перпендикуляр к стороне AC пересекает отрезок CL в точке K . Докажите, что описанные окружности треугольников ABC и AKL касаются.
- 4 3. Имеется 21 ненулевое число. Для каждого двух из них вычислены их сумма и произведение. Оказалось, что половина всех сумм положительна и половина — отрицательна. Каково наибольшее возможное количество положительных произведений?
- 2 4. а) Может ли некоторый шар высекать на гранях какого-нибудь правильного тетраэдра круги радиусов 1, 2, 3 и 4?
- 3 б) Тот же вопрос, если радиус шара должен быть равен 5.
- 5 5. В левой нижней клетке доски 100×100 стоит фишка. Чередуя горизонтальные и вертикальные ходы в соседнюю по стороне клетку (первый ход – горизонтальный), она дошла сначала до левой верхней клетки, а потом до правой верхней. Докажите, что найдутся две такие клетки A и B , что фишка не менее двух раз делала ход из A в B .