





записанным теми же цифрами, но в обратном порядке, является полным квадратом натурального числа. Причем таких чисел ровно столько, что их все можно расположить в три ряда, но не более чем по три числа в каждом. Июль, 2542.»

Удалось установить, что летоисчисление у этого народа совпадает с нашим. До или после открытия Христофором Колумбом Америки создан этот манускрипт? Ответ обоснуйте.

### Задачи для учащихся 7-8 классов (подготовительная олимпиада)

1. Скорый поезд выехал из пункта А в пункт В. Сначала он ехал со скоростью 180 км/ч, но когда ему осталось ехать на 320 км меньше, чем он уже проехал, он увеличил скорость до 250 км/ч. Оказалось, что средняя скорость поезда на всём пути 200 км/ч. Определите расстояние от А до В.
2. Обозначим через  $T(n)$  сумму нечетных цифр натурального числа  $n$  (например,  $T(20)=0$ ,  $T(1247)=1+7=8$ ). Найдите значение выражения  $T(1)+T(2)+T(3)+\dots+T(2021)$ .
3. Найдите все тройки целых чисел  $a, b$  и  $c$ , таких что выполняется равенство

$$a \cdot b \cdot c = ab + a + b.$$

4. В однокруговом турнире участвуют 8 шахматистов. Через какое наименьшее количество туров может оказаться так, что единоличный победитель уже выявился досрочно? (В каждом туре участники разбиваются на пары, в конце турнира каждый участник должен сыграть с каждым. Выигрыш – 1 очко; ничья – 0,5 очка; поражение – 0).
5. а) Сложите квадрат из деревянных плиток, указанных на рис.1 и рис.2, используя плитки *обоих* видов (плитки можно поворачивать и переворачивать)?  
б) Укажите размеры всех возможных таких квадратов (опишите множество таких квадратов или формулу для описания их размеров).



Рис. 1



Рис. 2

6. Найти множимое и множитель в примере на умножение:

$$\begin{array}{r}
 \times \quad * * * * \\
 \hline
 \quad \quad * * \\
 + \quad * * * * \\
 \hline
 * * * * \\
 \hline
 * * * * *
 \end{array}$$

если при этом известно, что выполняются следующие условия:

- а) четырёхзначное множимое кратно 5.
- б) множимое не изменяется, если прочитать его справа налево или слева направо.
- в) произведение кратно 9.

### Задачи для учащихся 5-6 классов (начальная олимпиада)

1. Скорый поезд выехал из пункта А в пункт В. Сначала он ехал со скоростью 180 км/ч, но когда ему осталось ехать на 320 км меньше, чем он уже проехал, он увеличил скорость

до 250 км/ч. Оказалось, что средняя скорость поезда на всём пути 200 км/ч. Определите расстояние от А до В.

2. Можно ли сложить квадрат какого-либо размера из плиток, указанных на рис.1 и рис.2, используя плитки обоих видов (плитки можно поворачивать и переворачивать)? Если да, то попробуйте описать размеры, получаемых таким образом квадратов.



Рис. 1

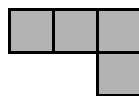


Рис. 2

3. Найти множимое и множитель в примере на умножение:

$$\begin{array}{r}
 \phantom{\times} \phantom{+} \phantom{*} * * * * \\
 \times \phantom{+} \phantom{*} \phantom{*} \phantom{*} \phantom{*} \\
 \hline
 \phantom{+} \phantom{*} \phantom{*} \phantom{*} * * \\
 + \phantom{*} \phantom{*} \phantom{*} \phantom{*} * * \\
 \hline
 * * * * * \\
 \hline
 * * * * *
 \end{array}$$

если при этом известно, что выполняются следующие условия:

- четырёхзначное множимое кратно 5.
  - множимое не изменяется, если прочитать его справа налево или слева направо.
  - произведение кратно 9.
4. Четыре математика, возвращаясь из кино, задумались над вопросом: «Если положить все наши билеты в темный мешок, а затем один из нас раздаст их, не глядя, по очереди всем (в том числе и себе), тогда сколько существует вариантов, при которых каждый из нас получит билет на место, на котором сидел кто-то другой?»
5. В шахматном клубе были организованы два турнира: в первом турнире играли 4 шахматиста, а во втором турнире – 6 (других) шахматистов. В обоих турнирах каждый игрок играл по одной партии с каждым из остальных участников своего турнира. Оказалось, что победитель первого турнира набрал столько же очков, сколько и победитель второго турнира. Сколько очков набрал каждый из участников второго турнира? (За выигрыш дают 1 очко, за ничью 0,5 очка, а за проигрыш 0 очков.)
6. На столе лежит 5 кучек монет. Количество монет во всех кучках попарно различные. Разрешается выбрать самую маленькую кучку монет и добавить в неё 4 монеты, затем проделать эту операцию снова с самой маленькой кучкой монет и т.д. Объясните, почему в некоторый момент времени в двух кучках окажется поровну монет.

## Вместо заключения: о направлении «криптография» в олимпиадах ФПМИ БГУ

Олимпиада по математике и криптографии проводится на факультете прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, начиная с 2014 года. Она проводится с целью знакомства учащихся старших классов (9 – 11 классы) с интересными, необычными с точки зрения классических математических олимпиад и имеющими практическое значение, задачами такой современной науки, как криптография. Отметим, что к участию допускаются учащиеся и более младших классов.

Криптография (от др.-греч. *κρυπτός* — скрытый и *γράφω* — пишу) — это область на стыке математики и информатики в которой изучаются модели и методы преобразования информации (шифрования) в целях сокрытия ее содержимого, предотвращения видоизменения или несанкционированного использования. На сегодняшний день

криптография широко встречается в нашей повседневной жизни (в мобильной связи, при операциях с банковскими карточками, в Интернете и т.п.). В криптографии активно используются все последние достижения в области алгебры, теории чисел, комбинаторики, теории вероятностей и информатики.

Для участия в олимпиаде по математике и криптографии никаких специальных знаний не требуется, достаточно хорошо владеть школьной математикой и уметь применять ее для решения нестандартных задач. Несмотря на то, что условия задач могут сильно отличаться от классических олимпиадных задач по математике, суть задач остается математической.

Начиная с этого года, олимпиада по криптографии станет одним из направлений в рамках общей олимпиады факультета прикладной математики и информатике БГУ. Это будет выражаться в том, что часть задач будет явно или неявно иметь соответствующий подтекст (в том числе в некоторых задачах заочного тура).

**Желаем всем учащимся успехов в олимпиаде ФПМИ БГУ и во всех интеллектуальных конкурсах этого года!!!**

**Оргкомитет**