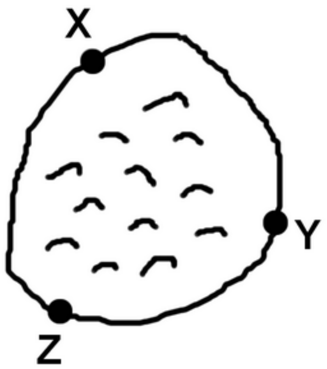
**Заключительный тур** *23 мая 2020*

## 7-8 классы

- *Время выполнения задания 4 часа: 11.00 – 15.00.*
- *Решение каждой задачи оформлять на отдельных листах, подписать, сканировать или сфотографировать и переслать на электронный адрес* Pc.Nz.ofpmi@gmail.com *, где* P *означает класс, в котором Вы учитесь,* N *– номер задачи в задании. В теме письма указать ФИО и школу.*
- *Жюри настоятельно рекомендует* ***оформлять задачи подробно и разборчиво****, а размер чертежей и рисунков делать достаточным для понимания. Помните, что непонятные или спорные(!) моменты (т.е. такие, в которых нет однозначного логичного обоснования) могут быть истолкованы не в пользу учащегося.*
- ***ВНИМАТЕЛЬНО вчитывайтесь в условия задач*** *– в случае сомнений и даже кажущихся двусмысленности или недостаточности условий сами находите разумное понимание или подход к задаче. Помните, что порядок проведения олимпиады таков, что жюри не может ответить на Ваши вопросы или сделать какие-то уточнения – и в этом все участники олимпиады находятся в равных условиях!*

## Условия задач




1. Вокруг лужи расположены три муравейника – X, Y и Z. Из муравейника X вышли две группы муравьев – первая направилась в сторону Y, вторая – в сторону Z. Дойдя до этих муравейников, насекомые разделились: в каждой группе несколько муравьев повернули обратно в X по той же дороге, по которой пришли. Все остальные продолжили поход и, в конце концов, вернулись в X с другой стороны, обойдя лужу. Известно, что в первой группе было 100 муравьев, а в Z побывало на 10 насекомых больше, чем в Y. Сколько муравьев преодолело путь из Z в X во время похода?

2. Три добрых молодца попали в заточение к дракону. У первого из них оказалось 5 золотых монет, у второго – 17 монет, у третьего – 43 монеты. Добрым молодцам разрешено передавать друг другу монеты по следующему правилу: любой из них может удвоить количество своих монет, взяв, если это возможно, необходимое число монет у кого-то из двух других молодцев. Данную операцию дракон разрешает выполнять сколько угодно раз. Дракон отпустит всех троих, если пленники указанными операциями смогут добиться, чтобы у кого-то из них совсем не оказалось монет. Смогут ли освободиться добрые молодцы? Ответ обосновать.

3. Найдите все пары натуральных $m$ и $n$ такие, что прямоугольник $m\times n$ можно замостить при помощи фигурок двух типов: полосок $1\times4$ и перевернутых букв «Г» (см. рисунок; фигурки можно поворачивать и переворачивать; весь прямоугольник должен быть покрыт, и ни одна клетка не должна быть покрыта дважды).

4. Найдите все целые $x$ и $y$, удовлетворяющие равенству $4x^2-21y^2=600$.

5. Дан прямоугольный треугольник $ABC$ с прямым углом $C$. На катете $AC$ отмечена точка $K$, а на гипотенузе – середина $T$. Оказалось, что угол $CKB$ равен углу $AKT$. Найдите $AK$, если $KC=6$.

6. Каждый город некоторой страны связан двухсторонним авиасообщением не менее чем с тремя другими городами. Всегда ли можно выбрать четное, большее двух, количество городов так, чтобы они образовывали круговой маршрут (т.е. можно начать с любого города и вернуться в него, побывав в каждом из остальных выбранных городов, ровно по одному разу)?