

Заключительный тур

23 мая 2020

5 – 6 классы

- *Время выполнения задания 4 часа: 11.00 – 15.00.*
- *Решение каждой задачи оформлять на отдельных листах, подписать, сканировать или сфотографировать и переслать на электронный адрес Ps.Nz.ofpmi@gmail.com, где **Р** означает класс, в котором Вы учитесь, **Н** – номер задачи в задании. В теме письма указать ФИО и школу.*
- *Жюри настоятельно рекомендует **оформлять задачи подробно и разборчиво**, а размер чертежей и рисунков делать достаточным для понимания. Помните, что непонятные или спорные(!) моменты (т.е. такие, в которых нет однозначного логичного обоснования) могут быть истолкованы не в пользу учащегося.*
- **ВНИМАТЕЛЬНО** вчитывайтесь в условия задач – в случае сомнений и даже кажущихся двусмысленности или недостаточности условий сами находите разумное понимание или подход к задаче. Помните, что порядок проведения олимпиады таков, что жюри не может ответить на Ваши вопросы или сделать какие-то уточнения – и в этом все участники олимпиады находятся в равных условиях!

Условия задач

1. Найдите наибольшее
 - а) нечётное пятизначное число,
 - б) чётное пятизначное число,первые три цифры которого образуют точный квадрат (т.е. образуют число, являющееся квадратом некоторого натурального числа), а последние три цифры – точный куб. (Например, в числе 40001 первые три цифры образуют число $400 = 20^2$, а последние три цифры – число $001 = 1^3$.)
2. Расшифровать равенство $\overline{**} \times * = \overline{**}9$, если известно, что в разложении числа $\overline{**}9$ на простые множители наименьший множитель больше 3, а наибольший меньше 17.
3. а) Найдите все двузначные и трехзначные числа, равные сумме своих цифр, умноженной на 6.
б) Найдите все целые положительные числа, равные сумме своих цифр, умноженной на 6.

4. В стране Головоломка сконструировали большой кубик Рубика из 26 маленьких игральные кубиков, в которых каждому цвету соответствует свое число (см. на рис. 1 развертку одного игрального кубика). Барон Мюнхгаузен видит одну грань такого кубика Рубика (см. рис. 2) и говорит: «А я могу найти сумму чисел на всех гранях игральные кубиков, из которых состоит кубик Рубика и которые я не вижу!» Прав ли барон Мюнхгаузен, и если да, то чему равна такая сумма?

Примечание. В кубике Рубика вместо внутреннего кубика стоит механизм вращения, поэтому в его конструкции 26 маленьких кубиков.

Рис.1

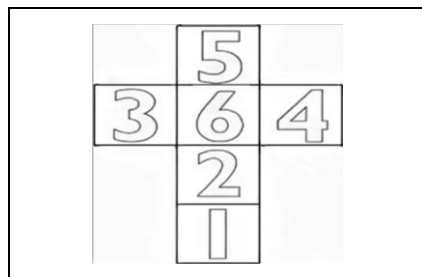


Рис.2

5	5	5
5	6	5
5	5	5

5. Три мудреца попали в заточение к царю Гороху. У них есть золотые монеты: у первого 5 монет, у второго – 16 монет, у третьего – 100 монет. Царь сказал, что готов выпустить всех троих, если кто-то из них готов отдать все свои монеты (либо показать, что у него совсем нет монет), и дал им время подумать.

Мудрецы могут брать друг у друга монеты по правилу: любой из них может удвоить количество своих монет, взяв, если это возможно, необходимое число монет у кого-то из двух других мудрецов, и они могут выполнять такую операцию неоднократно. Какое наименьшее число монет могут мудрецы отдать царю, чтобы обрести свободу? Ответ обосновать.

6. а) Можно ли разрезать клетчатый прямоугольник размером 10×30 клеток на фигурки двух видов: полосок 1×4 и перевернутой буквы «Г» (см. рисунок; фигурки можно поворачивать и переворачивать).



- б) Найдите все пары натуральных m и n такие, что клетчатый прямоугольник $m \times n$ можно разрезать на фигурки этих двух видов.

Примечание. Фигура разрезается полностью, и никаких кусочков кроме этих фигурок не остается.