

Разное

- Докажите тождество: $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + \dots + C_{k-1}^{k-1}$.
- * Улитка должна проползти вдоль линий клетчатой бумаги путь длины $2n$, начав и кончив свой путь в данном узле. Докажите, что число различных ее маршрутов равно $(C_{2n}^n)^2$.

Сочетания с повторениями. Метод шаров и перегородок

- Сколькими способами 12 пятак можно разложить по 5 различным кошелькам так, чтобы ни один кошелёк не оказался пустым? А если кошельки могут оставаться пустыми?
- Сколькими способами можно переплести 12 одинаковых книг в красный, зелёный и синий переплёт?
- Сколькими способами можно разложить в 9 лузах 7 белых и 2 чёрных шара? Часть луз может быть пустой, а лузы считаются различными.
- Сколькими способами натуральное число N можно представить в виде суммы а) K натуральных слагаемых; б) K неотрицательных целых слагаемых (представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными)?
- * а) За круглым столом короля Артура сидит 12 рыцарей. Каждый из них враждует с двумя своими соседями. Надо выбрать 5 рыцарей, чтобы отправить их в поход. Сколькими способами можно это сделать так, чтобы среди выбранных рыцарей не было врагов? б) Решите задачу в случае, когда за круглым столом сидит n рыцарей, а в поход нужно отправить k рыцарей.
- ** На доске выписаны все сочетания с повторениями из n букв по n . Сколько всего выписано сочетаний? Сколько раз выписана каждая буква?

Числа Каталана

- Докажите, что числа Каталана удовлетворяют соотношению $C_n = C_0 C_{n-1} + C_1 C_{n-2} + C_2 C_{n-3} + \dots + C_{n-1} C_0$.
- Сколько существует способов разрезать выпуклый $(n+2)$ -угольник диагоналями на треугольники?
- Сколькими способами можно построить $2n$ человек разного роста в две шеренги по n человек в каждой, чтобы в каждой шеренге они стояли по росту, причем каждый человек в первой шеренге был ниже стоящего за ним человека во второй шеренге?
- Монету бросают $2n$ раз. Докажите, что число вариантов, при которых герб ни в один момент не выпал чаще решки, равно $1 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.

Разное

- Докажите тождество: $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + \dots + C_{k-1}^{k-1}$.
- * Улитка должна проползти вдоль линий клетчатой бумаги путь длины $2n$, начав и кончив свой путь в данном узле. Докажите, что число различных ее маршрутов равно $(C_{2n}^n)^2$.

Сочетания с повторениями. Метод шаров и перегородок

- Сколькими способами 12 пятак можно разложить по 5 различным кошелькам так, чтобы ни один кошелёк не оказался пустым? А если кошельки могут оставаться пустыми?
- Сколькими способами можно переплести 12 одинаковых книг в красный, зелёный и синий переплёт?
- Сколькими способами можно разложить в 9 лузах 7 белых и 2 чёрных шара? Часть луз может быть пустой, а лузы считаются различными.
- Сколькими способами натуральное число N можно представить в виде суммы а) K натуральных слагаемых; б) K неотрицательных целых слагаемых (представления, отличающиеся порядком слагаемых, считаются различными)?
- * а) За круглым столом короля Артура сидит 12 рыцарей. Каждый из них враждует с двумя своими соседями. Надо выбрать 5 рыцарей, чтобы отправить их в поход. Сколькими способами можно это сделать так, чтобы среди выбранных рыцарей не было врагов? б) Решите задачу в случае, когда за круглым столом сидит n рыцарей, а в поход нужно отправить k рыцарей.
- ** На доске выписаны все сочетания с повторениями из n букв по n . Сколько всего выписано сочетаний? Сколько раз выписана каждая буква?

Числа Каталана

- Докажите, что числа Каталана удовлетворяют соотношению $C_n = C_0 C_{n-1} + C_1 C_{n-2} + C_2 C_{n-3} + \dots + C_{n-1} C_0$.
- Сколько существует способов разрезать выпуклый $(n+2)$ -угольник диагоналями на треугольники?
- Сколькими способами можно построить $2n$ человек разного роста в две шеренги по n человек в каждой, чтобы в каждой шеренге они стояли по росту, причем каждый человек в первой шеренге был ниже стоящего за ним человека во второй шеренге?
- Монету бросают $2n$ раз. Докажите, что число вариантов, при которых герб ни в один момент не выпал чаще решки, равно $1 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.