

Простой вариант

1. Решите в целых числах уравнение $x^{10} - x^6 + x^4 - 1 = 0$.
2. Может ли степень двойки оканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?

Сложный вариант

1. Решите в целых числах уравнение $xу + 6x - 7y = 28$.
2. Докажите, что сумма всех счастливых номеров от 000000 до 999999 делится на 13 (номер считается счастливым, если сумма его первых трех цифр равна сумме трех его последних цифр)

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. У Джона и Ивана есть достаточное количество доминошек 1×2 . Джон замостил ими клетчатую доску 10×10 без наложений. а) Докажите, что Иван всегда сможет замостить без наложений эту доску поверх замощения Джона так, чтобы ни одна доминошка Ивана не совпала ни с одной доминошкой Джона; б) было бы ли верно утверждение пункта а), если бы доска имела размеры 10×11 ?
4. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K , а на стороне BC – точка L так, что $\angle KBC = 10^\circ$ и $\angle LAC = 20^\circ$. Найдите величину угла ALK , если известно, что $\angle BCA = 40^\circ$ и $\angle BAC = 80^\circ$.
5. Натуральные числа от 1 до 200 разбили на 50 множеств. Докажите, что в одном из них найдутся три числа, являющиеся длинами сторон некоторого треугольника.

Сложная задача

6. На плоскости проведены несколько прямых. Докажите, что части (в том числе неограниченные), на которые плоскость разделяется этими прямыми, можно раскрасить в два цвета так, чтобы части одного цвета не имели общей границы.

Простой вариант

1. Решите в целых числах уравнение $x^{10} - x^6 + x^4 - 1 = 0$.
2. Может ли степень двойки оканчиваться четырьмя одинаковыми цифрами?

Сложный вариант

1. Решите в целых числах уравнение $xу + 6x - 7y = 28$.
2. Докажите, что сумма всех счастливых номеров от 000000 до 999999 делится на 13 (номер считается счастливым, если сумма его первых трех цифр равна сумме трех его последних цифр)

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

3. У Джона и Ивана есть достаточное количество доминошек 1×2 . Джон замостил ими клетчатую доску 10×10 без наложений. а) Докажите, что Иван всегда сможет замостить без наложений эту доску поверх замощения Джона так, чтобы ни одна доминошка Ивана не совпала ни с одной доминошкой Джона; б) было бы ли верно утверждение пункта а), если бы доска имела размеры 10×11 ?
4. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K , а на стороне BC – точка L так, что $\angle KBC = 10^\circ$ и $\angle LAC = 20^\circ$. Найдите величину угла ALK , если известно, что $\angle BCA = 40^\circ$ и $\angle BAC = 80^\circ$.
5. Натуральные числа от 1 до 200 разбили на 50 множеств. Докажите, что в одном из них найдутся три числа, являющиеся длинами сторон некоторого треугольника.

Сложная задача

6. На плоскости проведены несколько прямых. Докажите, что части (в том числе неограниченные), на которые плоскость разделяется этими прямыми, можно раскрасить в два цвета так, чтобы части одного цвета не имели общей границы.