

Простой вариант

1. В каждой клетке шахматной доски записано число. Оказалось, что любое число равно среднему арифметическому чисел, записанных в соседних (по стороне) клетках. Докажите, что все числа равны.
2. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 2014$. За ход разрешается стереть любые два числа и вместо них написать остаток от деления на 7 их суммы. После 2012 таких операций на доске осталось два числа, одно из которых равно 1014. Найдите второе число.
3. На газоне в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся две гвоздики, которые находятся друг от друга на расстоянии не более 1 м.

Сложный вариант

1. Можно ли числа от 1 до 20 расставить в вершинах куба и в серединах его ребер таким образом, чтобы числа в середине каждого ребра было равно среднему арифметическому двух чисел, расположенных на концах этого ребра?
2. На 44 деревьях, посаженных по окружности, сидели 44 веселых чижа, по одному на каждом дереве. Время от времени какие-то два чижа перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях (один – по часовой стрелке, другой – против). Смогут ли чижи когда-нибудь собраться на одном дереве?
3. В прямоугольнике 3×4 отметили шесть точек. Доказать, что среди них найдутся две, расстояние между которыми не превосходит $\sqrt{5}$.

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

4. Найдите наименьшее натуральное n , такое, что число $N = 100000 \times 100002 \times 100006 \times 100008 + n$ является квадратом натурального числа.
5. Из A в B выехали одновременно «Жигули», «Москвич» и «Запорожец». «Жигули», доехав до B , повернули назад и встретили «Москвич» в 18 км, а «Запорожец» - в 25 км от B . «Москвич», доехав до B , также повернул назад и встретил «Запорожец» в 8 км от B . Найдите расстояние от A до B .

Для тех, кто все решил

6. После проведения чемпионата России по футболу в два круга оказалось, что все команды набрали различное число очков, причем 6 московских команд набрали вместе столько же очков, сколько набрали вместе остальные 12 команд. Докажите, что среди московских команд есть призер чемпионата, то есть команда, занявшая первое, второе или третье место. (За победу команда получала 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков)

Простой вариант

1. В каждой клетке шахматной доски записано число. Оказалось, что любое число равно среднему арифметическому чисел, записанных в соседних (по стороне) клетках. Докажите, что все числа равны.
2. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 2014$. За ход разрешается стереть любые два числа и вместо них написать остаток от деления на 7 их суммы. После 2012 таких операций на доске осталось два числа, одно из которых равно 1014. Найдите второе число.
3. На газоне в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся две гвоздики, которые находятся друг от друга на расстоянии не более 1 м.

Сложный вариант

1. Можно ли числа от 1 до 20 расставить в вершинах куба и в серединах его ребер таким образом, чтобы числа в середине каждого ребра было равно среднему арифметическому двух чисел, расположенных на концах этого ребра?
2. На 44 деревьях, посаженных по окружности, сидели 44 веселых чижа, по одному на каждом дереве. Время от времени какие-то два чижа перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях (один – по часовой стрелке, другой – против). Смогут ли чижи когда-нибудь собраться на одном дереве?
3. В прямоугольнике 3×4 отметили шесть точек. Доказать, что среди них найдутся две, расстояние между которыми не превосходит $\sqrt{5}$.

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

4. Найдите наименьшее натуральное n , такое, что число $N = 100000 \times 100002 \times 100006 \times 100008 + n$ является квадратом натурального числа.
5. Из A в B выехали одновременно «Жигули», «Москвич» и «Запорожец». «Жигули», доехав до B , повернули назад и встретили «Москвич» в 18 км, а «Запорожец» - в 25 км от B . «Москвич», доехав до B , также повернул назад и встретил «Запорожец» в 8 км от B . Найдите расстояние от A до B .

Для тех, кто все решил

6. После проведения чемпионата России по футболу в два круга оказалось, что все команды набрали различное число очков, причем 6 московских команд набрали вместе столько же очков, сколько набрали вместе остальные 12 команд. Докажите, что среди московских команд есть призер чемпионата, то есть команда, занявшая первое, второе или третье место. (За победу команда получала 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков)