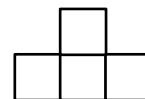
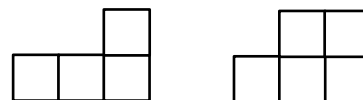


Простой вариант

1. Найдите все натуральные числа, кратные 72 и имеющие ровно 16 делителей.
2. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP : AD = 1 : n$; Q – точка пересечения AC и BP . Докажите, что $AQ : AC = 1 : (n + 1)$.
3. Найдите все натуральные n такие, что квадрат $n \times n$ можно разрезать на фигурки следующего вида:

**Сложный вариант**

1. Натуральное число n имеет ровно 6 нетривиальных (т. е. отличных от 1 и n) делителей. Сумма этих шести делителей равна 735. Найдите все возможные значения n .
2. Точка M – середина стороны AD параллелограмма $ABCD$. Отрезок CM пересекает диагональ BD в точке K , а прямая AK пересекает сторону CD в точке N . Найдите отношение $CN : ND$.
3. Некто хочет замостить клетчатую доску 7×8 плитками двух типов:



Какое наименьшее число L -образных плиток может участвовать в замощении?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

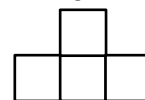
4. Андрей, Борис, Виктор, Григорий и Дмитрий, по очереди (не обязательно в указанном порядке) охраняли свой дом от вампиров, сменяя друг друга не при сигналах точного времени (сигнал точного времени раздается каждый час). Каждый отдежурил по разу, причем Андрей дежурил вдвое дольше Бориса, Борис – вдвое дольше Виктора, а Григорий и Дмитрий каждый – столько же, сколько Виктор. Сердобольная старушка с первого этажа по сигналам точного времени выносила дежурному чашку чая. Могло ли каждому из пятерых дежурных достаться ровно по одной чашке?
5. В многозначных числах $ABACDE$, $CHHBAED$, $CAFDG$ латинскими буквами обозначены цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые). Найдите эти числа, если известно, что они являются длинами сторон некоторого треугольника.

Для тех, кто все решил

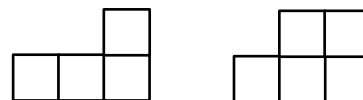
6. В квадрате 10×10 стоят 100 ненулевых чисел. Можно менять знак у чисел в любом столбце или строке. Докажите, что этими операциями можно добиться того, чтобы в каждом столбце и в каждой строке сумма чисел была неотрицательна.

Простой вариант

1. Найдите все натуральные числа, кратные 72 и имеющие ровно 16 делителей.
2. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP : AD = 1 : n$; Q – точка пересечения AC и BP . Докажите, что $AQ : AC = 1 : (n + 1)$.
3. Найдите все натуральные n такие, что квадрат $n \times n$ можно разрезать на фигурки следующего вида:

**Сложный вариант**

1. Натуральное число n имеет ровно 6 нетривиальных (т. е. отличных от 1 и n) делителей. Сумма этих шести делителей равна 735. Найдите все возможные значения n .
2. Точка M – середина стороны AD параллелограмма $ABCD$. Отрезок CM пересекает диагональ BD в точке K , а прямая AK пересекает сторону CD в точке N . Найдите отношение $CN : ND$.
3. Некто хочет замостить клетчатую доску 7×8 плитками двух типов:



Какое наименьшее число L -образных плиток может участвовать в замощении?

Задачи, общие для простого и сложного вариантов

4. Андрей, Борис, Виктор, Григорий и Дмитрий, по очереди (не обязательно в указанном порядке) охраняли свой дом от вампиров, сменяя друг друга не при сигналах точного времени (сигнал точного времени раздается каждый час). Каждый отдежурил по разу, причем Андрей дежурил вдвое дольше Бориса, Борис – вдвое дольше Виктора, а Григорий и Дмитрий каждый – столько же, сколько Виктор. Сердобольная старушка с первого этажа по сигналам точного времени выносила дежурному чашку чая. Могло ли каждому из пятерых дежурных достаться ровно по одной чашке?
5. В многозначных числах $ABACDE$, $CHHBAED$, $CAFDG$ латинскими буквами обозначены цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым – одинаковые). Найдите эти числа, если известно, что они являются длинами сторон некоторого треугольника.

Для тех, кто все решил

6. В квадрате 10×10 стоят 100 ненулевых чисел. Можно менять знак у чисел в любом столбце или строке. Докажите, что этими операциями можно добиться того, чтобы в каждом столбце и в каждой строке сумма чисел была неотрицательна.