

**Простой вариант**

1. Может ли сумма нескольких первых натуральных чисел равняться числу, сумма цифр которого равна 1997?
2. Квадрат  $3 \times 3$  линиями, параллельными его сторонам, разбит на 9 клеток. Какие-то пять из этих клеток окрашены в белый цвет, а остальные – в чёрный. Докажите, что из квадрата можно вычеркнуть одну строку и один столбец, так, что не вычеркнутыми останутся две белые клетки и две чёрные клетки.
3. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + 11y = 18$ .

**Сложный вариант**

1. Может ли сумма а) нескольких первых; б) десяти (не обязательно первых) последовательных натуральных чисел равняться числу, сумма цифр которого равна 1997?
2. Квадрат  $4 \times 4$  линиями, параллельными его сторонам, разбит на 16 клеток. Какие-то восемь из этих клеток окрашены в белый цвет, а остальные – в чёрный. Докажите, что из квадрата можно вычеркнуть две строки и два столбца, так, что не вычеркнутыми останутся две белые клетки и две чёрные клетки.
3. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + 4x + 11y = 25$ .

**Задачи, общие для простого и сложного вариантов**

4. На плоскости проведено несколько прямых. Для каждой прямой подсчитали число прямых, которые она пересекает, и записали рядом с данной прямой. Может ли сумма всех чисел равняться а) 99; б) 100.
5. За круглым столом сидят 20 человек: лжецы, которые всегда лгут, и правдивые, которые всегда говорят правду. В ходе опроса 10 человек сказали: «Оба мои соседа слева и справа - лжецы». Остальные 10 человек заявили: «Среди двух моих соседей слева и справа ровно один - лжец». Какое наибольшее число лжецов может оказаться за таким столом? (Предполагается, что каждый из присутствующих знает о каждом из остальных – лжец он или правдивый).

**Если вдруг какой-нибудь гений все решит:**

6. Можно ли в клетки таблицы  $5 \times 5$  записать 25 чисел так, чтобы сумма всех чисел в таблице была положительной, а сумма чисел в любом квадрате  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  – отрицательной?

**Простой вариант**

1. Может ли сумма нескольких первых натуральных чисел равняться числу, сумма цифр которого равна 1997?
2. Квадрат  $3 \times 3$  линиями, параллельными его сторонам, разбит на 9 клеток. Какие-то пять из этих клеток окрашены в белый цвет, а остальные – в чёрный. Докажите, что из квадрата можно вычеркнуть одну строку и один столбец, так, что не вычеркнутыми останутся две белые клетки и две чёрные клетки.
3. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + 11y = 18$ .

**Сложный вариант**

1. Может ли сумма а) нескольких первых; б) десяти (не обязательно первых) последовательных натуральных чисел равняться числу, сумма цифр которого равна 1997?
2. Квадрат  $4 \times 4$  линиями, параллельными его сторонам, разбит на 16 клеток. Какие-то восемь из этих клеток окрашены в белый цвет, а остальные – в чёрный. Докажите, что из квадрата можно вычеркнуть две строки и два столбца, так, что не вычеркнутыми останутся две белые клетки и две чёрные клетки.
3. Решите в целых числах уравнение  $x^2 + 4x + 11y = 25$ .

**Задачи, общие для простого и сложного вариантов**

4. На плоскости проведено несколько прямых. Для каждой прямой подсчитали число прямых, которые она пересекает, и записали рядом с данной прямой. Может ли сумма всех чисел равняться а) 99; б) 100.
5. За круглым столом сидят 20 человек: лжецы, которые всегда лгут, и правдивые, которые всегда говорят правду. В ходе опроса 10 человек сказали: «Оба мои соседа слева и справа - лжецы». Остальные 10 человек заявили: «Среди двух моих соседей слева и справа ровно один - лжец». Какое наибольшее число лжецов может оказаться за таким столом? (Предполагается, что каждый из присутствующих знает о каждом из остальных – лжец он или правдивый).

**Если вдруг какой-нибудь гений все решит:**

6. Можно ли в клетки таблицы  $5 \times 5$  записать 25 чисел так, чтобы сумма всех чисел в таблице была положительной, а сумма чисел в любом квадрате  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  – отрицательной?