

## Задачи Очного тура IV Олимпиады по математике и криптографии ФПМИ БГУ

1. Известно, что число вхождений некоторого символа в текст составляет более 9,5%, но менее 10% длины текста. Найдите минимально возможную длину текста.

3. При передаче сообщения по факсу произошел сбой, в результате чего на листе было напечатано следующее:



Восстановите текст (ответ обоснуйте). Известно, что исходный шрифт выглядит так:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я

2. Ключом от электронной двери является набор из 5 необязательно различных цифр 16-ричной системы счисления (возможные цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F). Вводить символы ключа можно в любом порядке. Для ввода ключа используется электронная система. На специальном экране изображена следующая таблица 4x4:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	A	B
C	D	E	F

Изначально выделена верхняя левая клетка (цифра 0). Выделение разрешается двигать на 1 клетку влево, на 1 клетку вправо, на 1 клетку вверх и на 1 клетку вниз (если такое действие возможно). После того, как выделена нужная клетка, соответствующую ей цифру можно ввести в систему произвольное число раз. После ввода 5-го символа система сравнивает введённые 5 символов с 5-ью символами ключа и если они совпадают, то открывает дверь, в противном случае она сбрасывает ввод и возвращает выделение клеток в начальное положение.

1	2	2	1
0	1	1	1
0	1	2	1
0	0	1	1

Володя успешно ввел ключ, при этом хакеру Владу удалось узнать сколько раз была выделена каждая из клеток (см. таблицу слева). Найдите какое минимальное количество ключей Владу надо перебрать, чтобы гарантировано открыть дверь.

4. Шифр простой замены представляет собой алгоритм побуквенного зашифрования текста с использованием таблицы замены. Каждая буква открытого (исходного) текста заменяется соответствующей буквой из таблицы. При этом одинаковые буквы заменяются одинаковыми, разные — разными. Был перехвачен следующий шифртекст (пробелы и знаки препинания не были изменены):

**ЭФС ЪЛЫДУЗС Р ХФЗЮЁЗЫЭЕ З ЙЕЯЕШЗС АЫЭЫЛ ШЗОЫОЗН ДЁЕМЗЫФЖШТН  
АШЫШЗЦ ЗА ХКФЫДУЗ ОЙЗЁУХЬЙЫГЗЗ ШЕ УЙЕКЪЕУДС, ЭХДУЫУХЛШХ НХЙХЯХ  
РФЫЭЕУЖ ЯОХФЖШХЦ ЮЫУЕЮЫУЗОХЦ З ЪОЕУЖ ЁЙЗЮЕШСУЖ ЕВ ЭФС  
ШЕДУЫШЭЫЙУШТН АЫЭЫЛ. ШЕДЮХУЙС ШЫ УХ, ЛУХ ЪДФХРЗС АЫЭЫЛ ЮХЬЪУ  
ДЗФЖШХ ХУФЗЛЫУЖДС ЁХ ДЙЫРШЕШЗИ Д ОФЫДЗЛЕДОЗЮЗ ХФЗЮЁЗЫЭЫНОЗ ЁХ  
ЮЫУЕЮЫУЗОЕ, ДЪУЖ АЫЭЫЛ ХДУЫЕУДС ЮЫУЕЮЫУЗЛЕДОХЦ. ЁХКЕЭЗУЕФЗ  
ХЛШХЪХ УЬЙЫ ХФЗЮЁЗЫЭТ КЪЭЪУ ШЫЬЫПЭШТ ЭЗЁФХЮЫНОЗ З ЁЙЗАЫНОЗ.**

Найдите исходное сообщение.

5. Пусть задана последовательность символов  $X$  (текст). Преобразование  $E$  изменяет заданный текст следующим образом: сначала выписываются все символы слева направо с номерами, кратными 3, затем выписываются все символы слева направо, стоящие на позициях, дающие остаток 1 при делении на 3, и наконец, выписываются все символы слева направо, стоящие на позициях, дающие остаток 2 при делении на 3. Например, если  $X = "ABCDEFGHИ"$ , то  $E(X) = "CFIADGBEH"$ . К некоторому тексту  $X$ , преобразование  $E$  применили последовательно 2017 раз, найдите исходное сообщение.

**ИИАМЕ ТЕРТР ИШВИ ЯВУПВ ЗЧЙТО ЧЙОМА ПАМИИ ИОАИМ РОТВА РЕЫАН АОЙНЛ  
ПДОТА ККПГФ ФИОДС ДТАРЙ ОБВРО Ы**