3-я Минская городская интернет-олимпиада по математике
среди учащихся 8-9 классов

**Очный тур, 19 октября 2018 года**

**8 класс**

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{(1\cdot 6+6)(3\cdot 8+6)(5\cdot 10+6)\ldots(2013\cdot 2018+6)(2015\cdot 2020+6)}{(2\cdot 7+6)(4\cdot 9+6)\ldots(2014\cdot 2019+6)}.$$

2. Даны три нецелых числа. Известно, что сумма любых двух из них является целым числом. На какое наименьшее натуральное число надо умножить их произведение, чтобы в результате получилось целое число?

3. Можно ли расставить числа 1, 2, …, 8 а) по кругу б) в ряд так, чтобы ни у каких двух чисел, стоящих рядом, сумма не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7?

4. Дана полоска размером $1 \times 2018$. Двое играют в такую игру: за один ход первый игрок закрашивает в черный цвет любой прямоугольник $1 \times 4$, а второй игрок – любой прямоугольник $1 \times 3$. Закрашивать уже закрашенные поля запрещается. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть?

5. В остроугольном треугольнике $ABC$: $\angle A = 30°$; $BB_1$ и $CC_1$ – высоты; $B_2$ и $C_2$ – середины сторон $AC$ и $AB$ соответственно. Под каким углом пресекаются прямые $B_1C_2$ и $C_1B_2$?

6. В последовательности цифр каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы четырех предыдущих. Последовательность начинается с цифр 1234096… Может ли в ней встретиться комбинация цифр 1999?

*Время написания – 4 часа.*
*Пользоваться калькулятором не разрешается.*

3-я Минская городская интернет-олимпиада по математике
среди учащихся 8-9 классов

**Очный тур, 19 октября 2018 года**

**9 класс**

1. Есть три сосуда 3 л, 4 л и 5 л без делений, кран с водой, раковина для слива жидкости и 3 л сиропа в самом маленьком сосуде. Можно ли с помощью переливаний получить 6 л смеси воды с сиропом так, чтобы в каждом сосуде воды и сиропа было поровну?

2. По кругу записано $n$ целых чисел, сумма которых равна 2018. Известно, что любое число равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке чисел. Найдите все возможные значения $n$.

3. Найдите все пары чисел ($p$, $m$), где $p$ – простое, $m$ – натуральное, такие, чтобы выполнялось равенство: $2p + 1 = m^3$.

4. В равнобедренном треугольнике ABC угол BAC равен 120°. Точка M – середина стороны AB. Точка P симметрична точке M относительно стороны BC. Отрезки AP и BC пересекаются в точке Q. Прямые QM и AC пересекаются в точке R. Чему равно отношение отрезков MR:AP?

5. а) Дана полоска размером 1 × 2018. Двое играют в такую игру: за один ход первый игрок закрашивает в черный цвет любой прямоугольник 1 × 4, а второй игрок – любой прямоугольник 1 × 3. Закрашивать уже закрашенные поля запрещается. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть? б) Такой же вопрос, но игра проходит на поле 2018 × 2018.

6. Известно, что некоторое действительное $a$ удовлетворяет соотношению $a+\frac{1}{a}=2018$. Найдите все натуральные значения $n$, при которых значение выражения $a^n+\frac{1}{a^n}$ также является целым числом.

*Время написания – 4 часа.*
*Пользоваться калькулятором не разрешается.*