

# ТРИДЦАТЬ ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

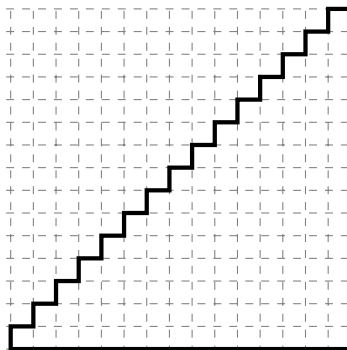
8 – 9 классы, базовый вариант, 1 марта 2015 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 3 1. Можно ли раскрасить грани куба в три цвета так, чтобы каждый цвет присутствовал, но нельзя было увидеть одновременно грани всех трех цветов, откуда бы мы ни взглянули на куб? (Одновременно можно увидеть только три любые грани, имеющие общую вершину.)
- 4 2. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отметили точки  $K$  и  $L$  так, что  $KL = BC$  и  $AK = LB$ . Докажите, что отрезок  $KL$  виден из середины  $M$  стороны  $AC$  под прямым углом.
- 4 3. Петя сложил 10 последовательных степеней двойки, начиная с некоторой, а Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?
- 4 4. На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать лесенку из 15 ступеней (см. рисунок)? Резать можно только по границам клеток.



- 5 5. Дано  $2n + 1$  чисел ( $n$  — натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2, ..., два числа равны  $n$ . Для каких  $n$  эти числа можно записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального  $m$  от 1 до  $n$  между двумя числами, равными  $m$ , было расположено ровно  $m$  других чисел?

## ТРИДЦАТЬ ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 1 марта 2015 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 3 1. Петя сложил 100 последовательных степеней двойки, начиная с некоторой, а Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?
- 4 2. Ковер имеет форму квадрата со стороной 275 см. Моль проела в нем четыре дырки. Можно ли гарантированно вырезать из ковра квадратный кусок со стороной 1 м, не содержащий дырок? Дырки считайте точечными.
- 4 3. Дано  $2n + 1$  чисел ( $n$  — натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2, ..., два числа равны  $n$ . Для каких  $n$  эти числа можно записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального  $m$  от 1 до  $n$  между двумя числами, равными  $m$ , было расположено ровно  $m$  других чисел?
- 5 4. Точки  $K$  и  $L$  делят медиану  $AM$  треугольника  $ABC$  на три равные части, точка  $K$  лежит между  $L$  и  $A$ . Отметили точку  $P$  так, что треугольники  $KPL$  и  $ABC$  подобны ( $\frac{KP}{AB} = \frac{PL}{BC} = \frac{KL}{AC}$ ), причем  $P$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AM$ . Докажите, что  $P$  лежит на прямой  $AC$ .
- 5 5. По кругу записывают 2015 натуральных чисел так, чтобы любые два соседних числа различались на их наибольший общий делитель. Найдите наибольшее натуральное  $N$ , на которое гарантированно будет делиться произведение этих 2015 чисел.