

II Минский городской открытый турнир юных математиков  
(12-14 марта 2015 г.)

## Экспресс-олимпиада

12 марта 2015 года

ВНИМАНИЕ:

- 1) время решения  $3 \times 20$  мин. (т.е. по 20 мин. на мини-олимпиаду);
- 2) решение каждой задачи необходимо оформить на отдельном двойном листочке и подписать название команды, номер школы/гимназии, город, фамилию автора(ов);

### МИНИ-ОЛИМПИАДА – 1

#### № 1. Делимость – 1

Найдите наименьшее 8-значное натуральное число, состоящее из попарно различных цифр, делящееся на 8.

#### № 2. Расставьте числа – 1

- А) Сможете ли Вы расставить по кругу все целые числа от 1 до 20 в таком порядке, что при движении по часовой стрелке числа поочередно то возрастают, то убывают (то есть второе число больше первого, третье меньше второго, четвертое больше третьего и т.д.)
- Б) Та же задача для чисел от 1 до 21.

#### № 3. Делители–множители – 1

Найдите хотя бы одно число, при умножении которого на 33 получается число, записываемое одними единицами.

#### № 4. Разные задачи – 1

4 коровы черной масти и 3 коровы рыжей масти за 5 дней дали такой же надой молока, какой дали 3 коровы черной масти и 5 рыжей масти за 4 дня. Какие коровы более продуктивные – черные или рыжие? (Считается, что коровы одной масти имеют одинаковую продуктивность.)

## МИНИ-ОЛИМПИАДА – 2

### № 1. Делимость – 2

Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.

### № 2. Расставьте числа – 2

Докажите, что как бы не расставлять числа из задачи «**Расставьте числа – 1**» предыдущей мини-олимпиады (конечно, в соответствии с условием), всегда будут существовать два числа одной четности, стоящие рядом.

(НАПОМИНАНИЕ: **№ 2. Расставьте числа – 1.** А) Сможете ли Вы расставить по кругу все целые числа от 1 до 20 в таком порядке, что при движении по часовой стрелке числа поочередно то возрастают, то убывают (то есть второе число больше первого, третье меньше второго, четвертое больше третьего и т.д.)

Б) Та же задача для чисел от 1 до 21.

### № 3. Делители–множители – 2

Укажите все натуральные числа, произведение цифр которых больше 885, но меньше 895.

### № 4. Разные задачи – 2

Значение какого из записанных ниже выражений больше:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots + 99 - 100$$

или

$$- 1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 99 + 100?$$

Ответ обоснуйте.

## **МИНИ-ОЛИМПИАДА – 3**

### **№ 1. Делимость – 3**

Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 56, оканчивается на 56 и имеет сумму цифр, равную 56.

### **№ 2. Расставьте числа – 3**

Расставьте числа 1,2,3,4,5,6,7,8 в вершинах кубика так, чтобы суммы цифр, находящиеся в каждой грани куба, были равны.

### **№ 3. Делители–множители – 3**

- А) Найдите хотя бы одно натуральное число, которое делится на 12 и имеет ровно 15 различных делителей, считая 1 и само это число.  
Б) Сможете ли Вы найти два таких числа?  
В) Сможете ли Вы найти три таких числа?

### **№ 4. Разные задачи – 3**

Способность к учебе с возрастом ослабевает. Юный вундеркинд поступил в первый класс в 5 лет и окончил его за один месяц. Но каждый следующий класс давался ему вдвое тяжелее, чем предыдущий, и на его уходило соответственно вдвое больше времени, чем на предыдущий. В каком возрасте вундеркинд окончил 11 класс? (Для простоты считайте, что учебный год совпадает с календарным, т.е. в летние месяцы он продолжает учиться.)