# РЕШЕНИЯ

## Вариант 11 (Решения тестовых заданий)

1. $n(n+1)=2n+272 \Leftrightarrow n^2-n-272=0 \Rightarrow n=\dfrac{1+\sqrt{1+1088}}{2}=17 \Rightarrow n+1=18$.

Ответ: 2) 18.

2. $(\sqrt{7}+\sqrt{2}-1)(\sqrt{7}-\sqrt{2}+1)=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2}-1)^2=7-(3-2\sqrt{2})=4+2\sqrt{2}$.

Ответ: 3) $4+2\sqrt{2}$.

3. $\dfrac{\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=ctg^2\alpha$.

Ответ: 5) $ctg^2\alpha$.

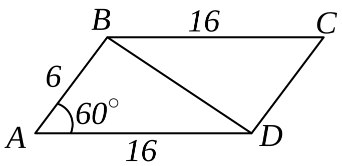
4. $\log_9(x-5)^2-\log_9(x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>2, x\neq 5 \\ \dfrac{(x-5)^2}{x-2}=1 \end{cases} \Rightarrow x^2-10x+25=x-2 \Leftrightarrow x^2-11x+27=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{11\pm\sqrt{13}}{2}$.

Ответ: 4) $x=\dfrac{11\pm\sqrt{13}}{2}$.

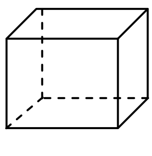
5. $y=3+2\sin 4x \Rightarrow E(y)=[1;5]$

Ответ: 4) $[1;5]$.

6. 


$\Rightarrow BD=\sqrt{36+256-2\cdot 6\cdot 16\cdot\dfrac{1}{2}}=\sqrt{36+160}=14$

Ответ: 4) 14.

7. 

$S_n=6a^2=18 \Rightarrow a^2=3 \Rightarrow d=a\sqrt{3}=3$.

Ответ: 4) 3.

8. $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^2=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=12$

Ответ: 2) 12

9. $1+4+7+\ldots+x=117 \quad x=a_n=a_1+3\cdot(n-1)=1+3n-3 \Rightarrow n=\dfrac{x+2}{3} \Rightarrow$

$1+4+7+\ldots+x=S_n=\dfrac{x+1}{2}\cdot\dfrac{x+2}{3}=117 \Leftrightarrow x^2+3x-700=0 \Rightarrow x=\dfrac{-3+\sqrt{9+2800}}{2}=25$

Ответ: 3) 25.

10. $600\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)^2=384\Leftrightarrow\left(1-\frac{x}{100}\right)^2=\frac{64}{100}\Rightarrow 1-\frac{x}{100}=\frac{8}{10}\Rightarrow\frac{x}{100}=\frac{20}{100}\Rightarrow x=20$.

Ответ: 4) 20%.

11. $2\cos^2 x+\sin 2x-2=0\Leftrightarrow 2\sin x\cos x-2\sin^2 x=0\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-\sin x)=0\Rightarrow$

а) $\sin x=0\Rightarrow x=\pi n, n\in z$; б) $\cos x-\sin x=0\Leftrightarrow tg\, x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+\pi n$

Ответ: 3) $-11\pi/2$.

12. $2^{x^2-5x+6}-3^{x-3}=0\Leftrightarrow(x-3)(x-2)=(x-3)\log_2 3\Rightarrow x\in\{3;\log_2 12\}$.

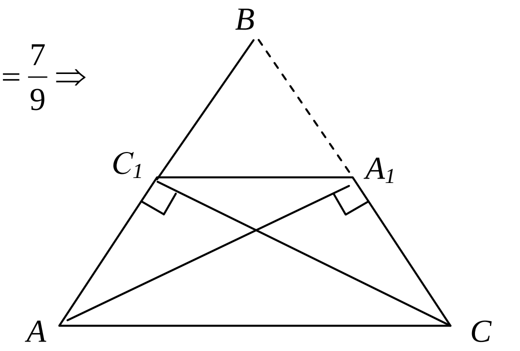
Ответ: 1) $3;\log_2 12$.

13.

$y=2\sin 7x+5\cos 7x=\sqrt{29}\left(\frac{2}{\sqrt{29}}\sin 7x+\frac{5}{\sqrt{29}}\cos 7x\right)=\sqrt{29}\sin(7x+\alpha)\Rightarrow E(y)\in\left[-\sqrt{29};\sqrt{29}\right]$

Ответ: 3) $\left[-\sqrt{29};\sqrt{29}\right]$.

14.




$AB=BC=3\Rightarrow\frac{C_1A_1}{AC}=k=\cos B=\frac{2AB^2-AC^2}{2AB^2}=\frac{2\cdot 9-4}{2\cdot 9}=\frac{14}{18}=\frac{7}{9}\Rightarrow$

$A_1C_1=2\cdot\frac{7}{9}=\frac{14}{9}$

Ответ: 3) $\frac{14}{9}$.

15. $V_{шара}=\frac{1}{2}V_r=\frac{a^3}{2}=\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow\left(\frac{a}{r}\right)^3=\frac{8}{3}\pi\Rightarrow\frac{a}{r}=2\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}\Rightarrow\frac{a}{d}=\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$

Ответ: 3) $\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$.

# Вариант 11

## Решения экзаменационных заданий

1.

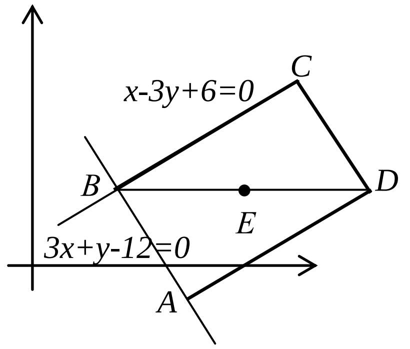
$$\log_{x-2}\frac{1}{2}>\frac{1}{2}\Leftrightarrow \log_{x-2}\frac{1}{2}>\log_{x-2}\sqrt{x-2}\Leftrightarrow \log_{x-2}\frac{1}{2\sqrt{x-2}}>0\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2-1)\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}-1\right)>0\\ x-2>0\\ x-2\neq 1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)(2\sqrt{x-2}-1)<0\\ x>2, x\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)(4(x-2)-1)<0\\ x>2, x\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)(4x-9)<0\\ x>2, x\neq 3\end{cases}\Rightarrow x\in\left(\frac{9}{4};3\right)$$

Ответ: $x\in\left(\dfrac{9}{4};3\right)$

2. Находим точку пересечения данных прямых $(B)$:

$$\begin{cases}x-3y+6=0\\ 3x+y-12=0\end{cases}\Rightarrow 10x-30=0\Rightarrow x_B=y_B=3$$




Найдем координату вершины D. Т.к. $E$ −середина отрезка $BD$, то $x_E=\dfrac{x_B+x_D}{2}$,

$$y_E=\frac{y_B+y_D}{2}\text{, откуда } x_D=11; y_D=1.$$

Теперь пишем уравнения прямых, проходящих через точку $D$:

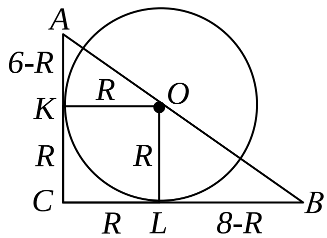
$AD\parallel BC\Rightarrow AD:(x-11)-3(y-1)=0\Leftrightarrow x-3y-8=0$

$CD\parallel AB\Rightarrow CD:3(x-11)+(y-1)=0\Leftrightarrow 3x+y-34=0$

Ответ: $x-3y-8=0$
$x+y-34=0$

3. $\Delta AKO\sim\Delta OLB\Rightarrow$

$$\frac{OK}{LB}=\frac{AK}{OL}\Leftrightarrow\frac{R}{8-R}=\frac{6-R}{R}\Rightarrow R^2=R^2-14R+48\Rightarrow R=\frac{24}{7}$$



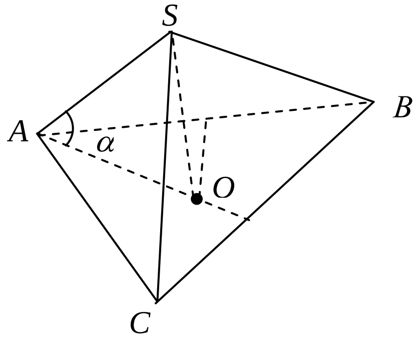

Ответ: $R=\dfrac{24}{7}$.

4. Пусть $SA=SC=SB=a\Rightarrow AC=CB=AB=a\sqrt{2}$ (по теореме Пифагора)

$$\Rightarrow AO=\frac{2}{3}h_A=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow$$

$$AO=\frac{2}{3}h_A=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow$$

$$\cos\alpha=\frac{AO}{SA}=\frac{a\sqrt{6}}{3\cdot a}=\frac{\sqrt{6}}{3}\Rightarrow\alpha=\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}=\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$$




Ответ: $\alpha=\arccos\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

# Вариант 12 (Решения тестовых заданий)

1. $\dfrac{x-3}{x}+\dfrac{x}{x-3}=7{,}25\cdot\dfrac{x-3}{x}\Leftrightarrow 6{,}25\left(\dfrac{x-3}{x}\right)=\dfrac{x}{x-3}-3\Leftrightarrow\left(\dfrac{x-3}{x}\right)^2=\dfrac{1}{6{,}25}\Rightarrow\dfrac{x-3}{x}=\dfrac{1}{2{,}5}=\dfrac{2}{5}$

Ответ: 2) $\dfrac{2}{5}$.

2. $\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-1}-\sqrt{x}+1\right):\dfrac{2\sqrt{x}}{x-1}=\dfrac{x+1-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1}\cdot\dfrac{x-1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{x+1-(x-2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x-1}}\cdot\dfrac{x-1}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+1$

Ответ: 5) $\sqrt{x}+1$.

3. $\dfrac{3-2\cos^2\alpha}{1+2\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha=\dfrac{3-2+2\sin^2\alpha}{1+2\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$

Ответ: 1) $\sin^2\alpha$.

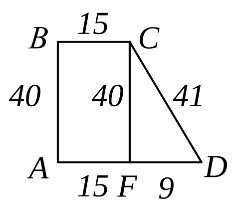
4. $\log_2(\log_x 16)=1\Leftrightarrow\log_x 16=2\Rightarrow x^2=16\Rightarrow x=4$

Ответ: 3) 4.

5. Это парабола с ветвями, направленными вверх.

Ответ: 1) $y\in[-3;+\infty)$.

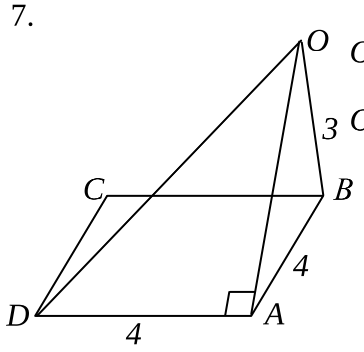
6.




$$FD=\sqrt{CD^2-CF^2}=9\Rightarrow S=\frac{15+24}{2}\cdot 40=780$$

Ответ: 2)780.

7.




$OA\perp AD$(*теорема о трех перпендикулярах*);

$$OA=\sqrt{AB^2+OB^2}=5\Rightarrow S_{OAD}=\frac{1}{2}AD\cdot OA=10$$

Ответ: 5) 10.

8.

$$\sqrt{\frac{x^2-10x+25}{(x-3)^2}}=\sqrt{\left(\frac{x-5}{x-3}\right)^2}=\left|\frac{x-5}{x-3}\right|=\left[x-3=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{13}{4}\right]=$$

$$=\left(5-\frac{13}{4}\right)\cdot 4=20-13=7$$

Ответ: 4)7.

9.

$$1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+\ldots 25^2-27^2=(1-3)(1+3)+(5-7)(5+7)+\ldots+(25-27)(25+27)=$$

$$=-2(1+3+5+7+\ldots+27)=-2\cdot\frac{1+27}{2}\cdot 14=-392.$$

Ответ: 1) −392.

10. $\begin{cases} m_1 + m_2 = 600 \\ 0{,}6m_1 + 0{,}3m_2 = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 + m_2 = 600 \\ 2m_1 + m_2 = 800 \end{cases} \Bigg| \Rightarrow m_1 = 200, m_2 = 400$

Ответ: 4) 200г; 400г.

11. $\cos 4x = \sin 7x - \sin x \Leftrightarrow \cos 4x - 2\sin 3x \cos 4x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ \sin 3x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi n}{4} = 0 \\ x = (-1)^k \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{\pi k}{3} \end{array}\right.$.

Ответ: 2) $-29\pi/6$.

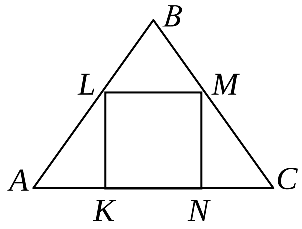
12. $\log_2\left(\sqrt{10+\sqrt{96}} - \sqrt{10-\sqrt{96}}\right) = \log_2\left(\sqrt{6} + 2 - \left(\sqrt{6} - 2\right)\right) = 2.$

Ответ: 5)2.

13. $y = \dfrac{1}{1+\sin 5x} \Rightarrow E(y) = [0{,}5;+\infty).$

Ответ:3) $[0{,}5;+\infty)$

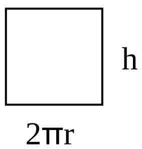
14.




$\Delta AKL \Rightarrow AK = LK\, tg 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2AK + KN = 3 + 2\sqrt{3}.$

Ответ: 1) $3 + 2\sqrt{3}.$

15.




$Sn = Sб + 2\pi r^2; h = 2\pi r = \sqrt{76\pi} \Rightarrow r = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{76\pi} \Rightarrow 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \dfrac{1}{4\pi^2} \cdot 76\pi = 38 \Rightarrow$

$Sn = 76\pi + 38.$

Ответ: 1) $76\pi + 38.$ .

# Вариант 12

## Решения экзаменационных заданий

1. ОДЗ: $x>0, x\neq 1 \Rightarrow x\dfrac{\log_4 \log_4 x}{\log_4 x} = x^{\log_4^{\log_4} x} = \log_4 x \Rightarrow \log_4 x > \log_4 14 \Rightarrow x > 14$ ,

Ответ: $x > 14$.

2. Находим точку пересечения данных прямых (A):

$$\begin{cases} x-2y+2=0 \\ 5x+2y+22=0 \end{cases} \Bigg| \Rightarrow 6x+24=0 \Rightarrow \quad x_A=-4, y_A=-1 \ ;$$

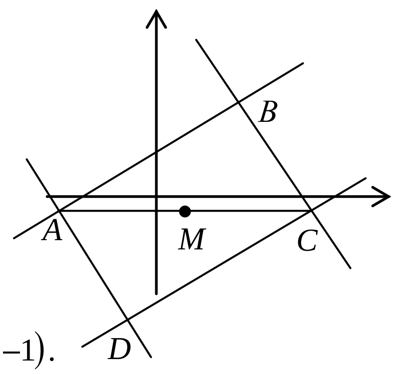
Найдем координаты вершины $C$. $M$ - середина $AC$.

$$\Rightarrow x_M = \frac{x_A+x_C}{2}, y_M = \frac{y_A+y_C}{2} \Rightarrow x_C = 8; y_C = -1.$$

$$CD \| AB \Rightarrow CD: (x-8)-2(y+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-10=0$$

$$BC \| AD \Rightarrow BC: 5(x-8)+2(y+1)=0 \Leftrightarrow 5x+2y-38=0$$

Ответ: точки: $(-4;-1); (-2;-6); (6;4); (8;-1)$.

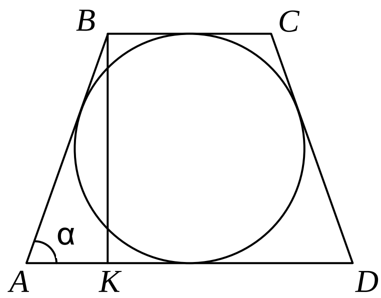



3. Для описанной трапеции

$$AB+CD=BC+AD \Rightarrow AB=CD=\frac{BC+AD}{2}=5 \Rightarrow$$

$$[\Delta ABK]: BK=h=AB\sin\alpha=4 \Rightarrow S=\frac{BC+AD}{2}\cdot h=5\cdot 4=20$$

Ответ: $S=20$.



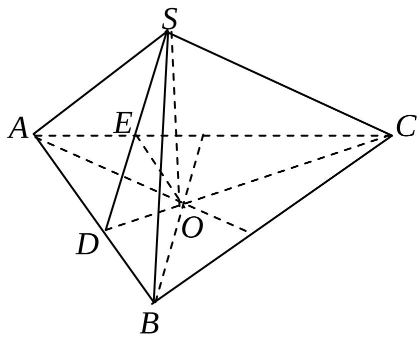

4. $O$ – центр основания, $OE \perp ASB$( $E \in SD$, $SD \perp AB$) $\Rightarrow$

$\Delta OED \Rightarrow OE=1 \Rightarrow OD=2 \Rightarrow [\Delta SOD] \Rightarrow SD=$

$$=\frac{OD}{\cos 30^\circ}=\frac{4}{\sqrt{3}};$$

$$OD=\frac{1}{3}DC=\frac{AB\sqrt{3}}{6}=2 \Rightarrow AB=4\sqrt{3} \Rightarrow S б=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot SD=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4\cdot 4=24.$$




Ответ: 24.