

## РЕШЕНИЯ

### Вариант 11 (Решения тестовых заданий)

1.  $n(n+1) = 2n + 272 \Leftrightarrow n^2 - n - 272 = 0 \Rightarrow n = \frac{1 + \sqrt{1 + 1088}}{2} = 17 \Rightarrow n + 1 = 18.$

Ответ: 2) 18.

2.  $(\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{7} - \sqrt{2} + 1) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2} - 1)^2 = 7 - (3 - 2\sqrt{2}) = 4 + 2\sqrt{2}.$

Ответ: 3)  $4 + 2\sqrt{2}.$

3.  $\frac{\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$

Ответ: 5)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha.$

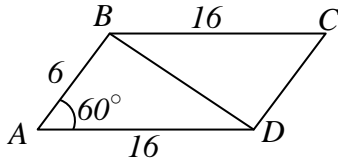
4.  $\log_9(x-5)^2 - \log_9(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, x \neq 5 \\ \frac{(x-5)^2}{x-2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 11x + 27 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{13}}{2}.$$

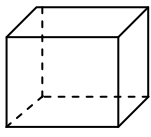
Ответ: 4)  $x = \frac{11 \pm \sqrt{13}}{2}.$

5.  $y = 3 + 2\sin 4x \Rightarrow E(y) = [1; 5]$

Ответ: 4)  $[1; 5].$

6.   $\Rightarrow BD = \sqrt{36 + 256 - 2 \cdot 6 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{36 + 160} = 14$

Ответ: 4) 14.

7.   $S_n = 6a^2 = 18 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow d = a\sqrt{3} = 3.$

Ответ: 4) 3.

8.  $(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 12$

Ответ: 2) 12

9.  $1 + 4 + 7 + \dots + x = 117 \quad x = a_n = a_1 + 3 \cdot (n-1) = 1 + 3n - 3 \Rightarrow n = \frac{x+2}{3} \Rightarrow$

$$1 + 4 + 7 + \dots + x = S_n = \frac{x+1}{2} \cdot \frac{x+2}{3} = 117 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 700 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 + \sqrt{9 + 2800}}{2} = 25$$

Ответ: 3) 25.

$$10. \quad 600 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = 384 \Leftrightarrow \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2 = \frac{64}{100} \Rightarrow 1 - \frac{x}{100} = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{20}{100} \Rightarrow x = 20.$$

Ответ: 4) 20%.

$$11. \quad 2\cos^2 x + \sin 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x - 2\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x(\cos x - \sin x) = 0 \Rightarrow$$

$$a) \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad б) \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi$$

Ответ: 3)  $-11\pi/2$ .

$$12. \quad 2^{x^2-5x+6} - 3^{x-3} = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) = (x-3)\log_2 3 \Rightarrow x \in \{3; \log_2 12\}.$$

Ответ: 1)  $3; \log_2 12$ .

13.

$$y = 2\sin 7x + 5\cos 7x = \sqrt{29} \left( \frac{2}{\sqrt{29}} \sin 7x + \frac{5}{\sqrt{29}} \cos 7x \right) = \sqrt{29} \sin(7x + \alpha) \Rightarrow E(y) \in [-\sqrt{29}; \sqrt{29}]$$

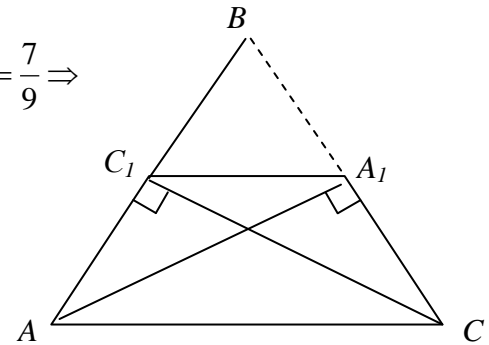
Ответ: 3)  $[-\sqrt{29}; \sqrt{29}]$ .

14.

$$AB = BC = 3 \Rightarrow \frac{C_1 A_1}{AC} = k = \cos B = \frac{2AB^2 - AC^2}{2AB^2} = \frac{2 \cdot 9 - 4}{2 \cdot 9} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9} \Rightarrow$$

$$A_1 C_1 = 2 \cdot \frac{7}{9} = \frac{14}{9}$$

Ответ: 3)  $\frac{14}{9}$ .



$$15. \quad V_{\text{шара}} = \frac{1}{2} V_r = \frac{a^3}{2} = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \frac{8}{3} \pi \Rightarrow \frac{a}{r} = 2 \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \frac{a}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$$

Ответ: 3)  $\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$ .

## Вариант 11

### Решения экзаменационных заданий

1.

$$\log_{x-2} \frac{1}{2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_{x-2} \frac{1}{2} > \log_{x-2} \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \log_{x-2} \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2-1)\left(\frac{1}{2\sqrt{x-2}} - 1\right) > 0 \\ x-2 > 0 \\ x-2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(2\sqrt{x-2}-1) < 0 \\ x > 2, x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(4(x-2)-1) < 0 \\ x > 2, x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(4x-9) < 0 \\ x > 2, x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right)$$

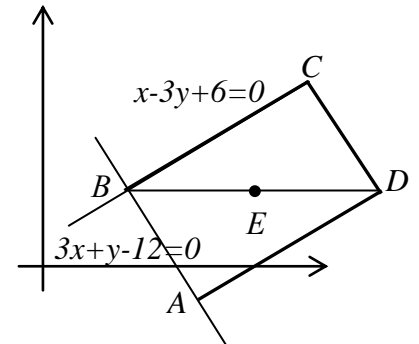
Ответ:  $x \in \left(\frac{9}{4}; 3\right)$

2. Находим точку пересечения данных прямых (B):

$$\begin{cases} x-3y+6=0 \\ 3x+y-12=0 \end{cases} \Rightarrow 10x-30=0 \Rightarrow x_B = y_B = 3$$

Найдем координату вершины D. Т.к. E — середина отрезка BD, то  $x_E = \frac{x_B + x_D}{2}$ ,

$$y_E = \frac{y_B + y_D}{2}, \text{ откуда } x_D = 11; y_D = 1.$$



Теперь пишем уравнения прямых, проходящих через точку D:

$$AD \parallel BC \Rightarrow AD: (x-11) - 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 8 = 0$$

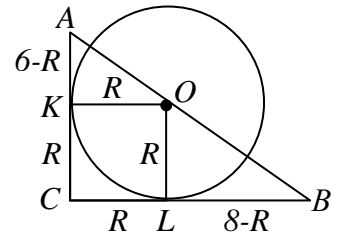
$$CD \parallel AB \Rightarrow CD: 3(x-11) + (y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 34 = 0$$

Ответ:  $\begin{cases} x - 3y - 8 = 0 \\ x + y - 34 = 0 \end{cases}$

3.  $\triangle AKO \sim \triangle OLB \Rightarrow$

$$\frac{OK}{LB} = \frac{AK}{OL} \Leftrightarrow \frac{R}{8-R} = \frac{6-R}{R} \Rightarrow R^2 = R^2 - 14R + 48 \Rightarrow R = \frac{24}{7}$$

Ответ:  $R = \frac{24}{7}$ .



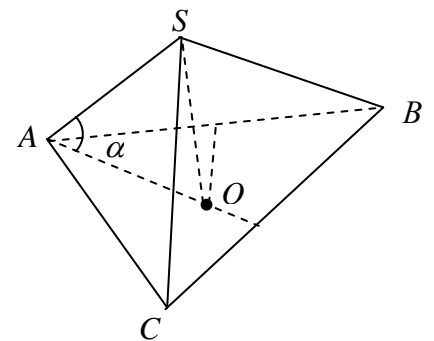
4. Пусть  $SA = SC = SB = a \Rightarrow AC = CB = AB = a\sqrt{2}$  (по теореме Пифагора)

$$\Rightarrow AO = \frac{2}{3} h_A = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$AO = \frac{2}{3} h_A = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{AO}{SA} = \frac{a\sqrt{6}}{3 \cdot a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{\sqrt{6}}{3} = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ответ:  $\alpha = \arccos \sqrt{\frac{2}{3}}$ .



## Вариант 12 (Решения тестовых заданий)

$$1. \frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = 7,25 \cdot \frac{x-3}{x} \Leftrightarrow 6,25 \left( \frac{x-3}{x} \right) = \frac{x}{x-3} - 3 \Leftrightarrow \left( \frac{x-3}{x} \right)^2 = \frac{1}{6,25} \Rightarrow \frac{x-3}{x} = \frac{1}{2,5} = \frac{2}{5}$$

Ответ: 2)  $\frac{2}{5}$ .

$$2. \left( \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} - \sqrt{x} + 1 \right) : \frac{2\sqrt{x}}{x-1} = \frac{x+1 - (\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x}} = \frac{x+1 - (x-2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{x-1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1$$

Ответ: 5)  $\sqrt{x} + 1$ .

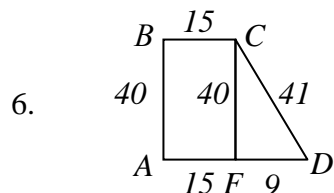
$$3. \frac{3-2\cos^2 \alpha}{1+2\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = \frac{3-2+2\sin^2 \alpha}{1+2\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

Ответ: 1)  $\sin^2 \alpha$ .

$$4. \log_2(\log_x 16) = 1 \Leftrightarrow \log_x 16 = 2 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

Ответ: 3) 4.

5. Это парабола с ветвями, направленными вверх.

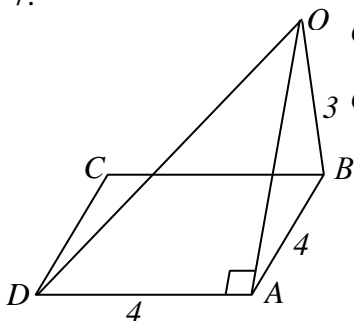


$$FD = \sqrt{CD^2 - CF^2} = 9 \Rightarrow S = \frac{15+24}{2} \cdot 40 = 780$$

Ответ: 1)  $y \in [-3; +\infty)$ .

Ответ: 2) 780.

7.



$OA \perp AD$  (теорема о трех перпендикулярах);

$$OA = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 5 \Rightarrow S_{OAD} = \frac{1}{2} AD \cdot OA = 10$$

Ответ: 5) 10.

8.

$$\sqrt{\frac{x^2 - 10x + 25}{(x-3)^2}} = \sqrt{\left( \frac{x-5}{x-3} \right)^2} = \left| \frac{x-5}{x-3} \right| = \left[ x-3 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{13}{4} \right] = \left( 5 - \frac{13}{4} \right) \cdot 4 = 20 - 13 = 7$$

Ответ: 4) 7.

9.

$$1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + \dots - 25^2 + 27^2 = (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \dots + (25-27)(25+27) = -2(1+3+5+7+\dots+27) = -2 \cdot \frac{1+27}{2} \cdot 14 = -392$$

Ответ: 1) -392.

$$10. \begin{cases} m_1 + m_2 = 600 \\ 0,6m_1 + 0,3m_2 = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 + m_2 = 600 \\ 2m_1 + m_2 = 800 \end{cases} \Rightarrow m_1 = 200, m_2 = 400$$

Ответ: 4) 200г; 400г.

$$11. \cos 4x = \sin 7x - \sin x \Leftrightarrow \cos 4x - 2\sin 3x \cos 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \sin 3x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4} = 0 \\ x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3} \end{cases}$$

Ответ: 2)  $-29\pi/6$ .

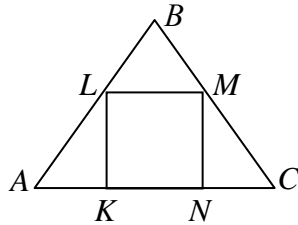
$$12. \log_2(\sqrt{10+\sqrt{96}} - \sqrt{10-\sqrt{96}}) = \log_2(\sqrt{6} + 2 - (\sqrt{6} - 2)) = 2.$$

Ответ: 5) 2.

$$13. y = \frac{1}{1 + \sin 5x} \Rightarrow E(y) = [0,5; +\infty).$$

Ответ: 3)  $[0,5; +\infty)$

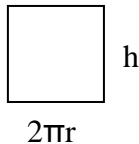
14.



$$\triangle AKL \Rightarrow AK = LK \operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2AK + KN = 3 + 2\sqrt{3}.$$

Ответ: 1)  $3 + 2\sqrt{3}$ .

15.



$$S_n = S_0 + 2\pi r^2; h = 2\pi r = \sqrt{76\pi} \Rightarrow r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{76\pi} \Rightarrow 2\pi r^2 = 2\pi \cdot \frac{1}{4\pi^2} \cdot 76\pi = 38 \Rightarrow$$

$$S_n = 76\pi + 38.$$

Ответ: 1)  $76\pi + 38$ .

## Вариант 12

### Решения экзаменационных заданий

1. ОДЗ:  $x > 0, x \neq 1 \Rightarrow x \frac{\log_4 \log_4 x}{\log_4 x} = x^{\log_4 \log_4 x} = \log_4 x \Rightarrow \log_4 x > \log_4 14 \Rightarrow x > 14,$

Ответ:  $x > 14.$

2. Находим точку пересечения данных прямых (A):

$$\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ 5x + 2y + 22 = 0 \end{cases} \Rightarrow 6x + 24 = 0 \Rightarrow x_A = -4, y_A = -1;$$

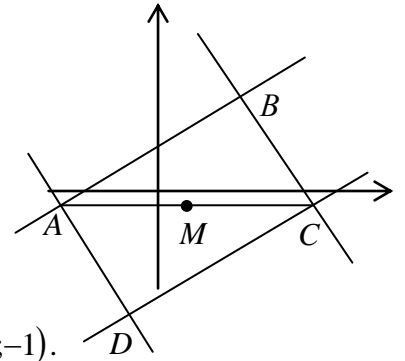
Найдем координаты вершины C. M - середина AC.

$$\Rightarrow x_M = \frac{x_A + x_C}{2}, y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow x_C = 8; y_C = -1.$$

$$CD \parallel AB \Rightarrow CD: (x - 8) - 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 10 = 0$$

$$BC \parallel AD \Rightarrow BC: 5(x - 8) + 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 38 = 0$$

Ответ: точки:  $(-4; -1); (-2; -6); (6; 4); (8; -1).$

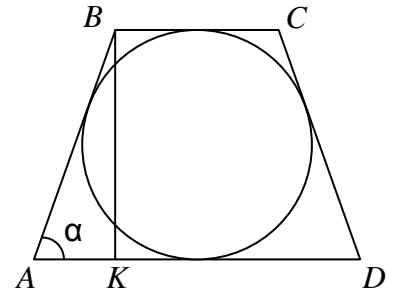


3. Для описанной трапеции

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow AB = CD = \frac{BC + AD}{2} = 5 \Rightarrow$$

$$[\triangle ABK]: BK = h = AB \sin \alpha = 4 \Rightarrow S = \frac{BC + AD}{2} \cdot h = 5 \cdot 4 = 20$$

Ответ:  $S = 20.$



4. O - центр основания,  $OE \perp ASB (E \in SD, SD \perp AB)$

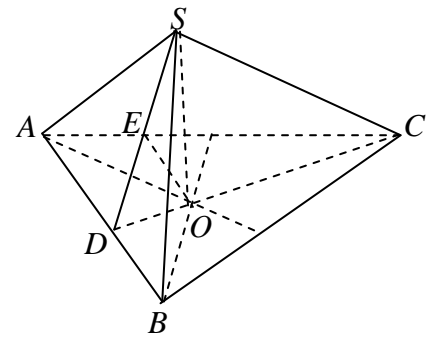
$\Rightarrow$

$$\triangle OED \Rightarrow OE = 1 \Rightarrow OD = 2 \Rightarrow [\triangle SOD] \Rightarrow SD =$$

$$= \frac{OD}{\cos 30^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}};$$

$$OD = \frac{1}{3} DC = \frac{AB\sqrt{3}}{6} = 2 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3} \Rightarrow S_{\sigma} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SD =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 = 24.$$



Ответ: 24.